

# Analisi dei Sistemi

Compito del 9 Febbraio 2004

Testo A

**Esercizio 1** (8 punti). Si definisca il concetto di risposta forzata, indicando come essa possa essere scomposta essa e che struttura essa assume per ingressi della forma  $u(t) = e^{zt}\delta_{-1}(t)$ .

*Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.*

**Esercizio 2** (14 punti). Sia data la seguente rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u(t) \end{cases} \quad (1)$$

- (a) (9 punti) Si calcoli l'evoluzione libera dello stato  $\vec{x}_\ell(t)$  che consegue a partire da condizioni iniziali  $\vec{x}(0) = [2 \ 3]^T$ , e l'evoluzione forzata dell'uscita  $y_f(t)$  che consegue per  $t \geq 0$  all'applicazione di un ingresso  $u(t) = \delta_{-1}(t)$ .
- (b) (5 punti) Calcolare la funzione di trasferimento  $W(s)$  del sistema descritto dalla (1). Determinare zeri, poli e guadagno di Bode di tale funzione. Determinare i modi che caratterizzano il sistema e tracciarne l'andamento qualitativo. Calcolate le costanti di tempo ad essi associate, indicare quale dei modi sia il più "lento".

**Esercizio 3** (10 punti). E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$10 \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 506 \frac{d}{dt} y(t) + 300 y(t) = 30 \frac{d^2}{dt^2} u(t) + 120 \frac{d}{dt} u(t) + 3120 u(t).$$

- (a) (6 punti) Si determini la funzione di trasferimento di tale sistema e la si riporti in forma di Bode calcolandone i parametri caratteristici. Tracciare il diagramma di Bode della  $W(j\omega)$ .
- (b) (4 punti) [Se si è tracciato il diagramma di Bode, si suggerisce di rispondere alle seguenti due domande dall'analisi del diagramma.] Qual è la frequenza  $\omega_m$  che subisce la maggiore attenuazione tra ingresso e uscita? Se si suppone di applicare al sistema un ingresso sinusoidale con tale pulsazione e ampiezza unitaria  $u(t) = \sin(\omega_m t)$ , quanto vale l'ampiezza  $Y$  dell'uscita a regime  $y(t) = Y \sin(\omega_m t + \phi)$ ?