

# Analisi dei Sistemi

II Pre-esame — 22 Dicembre 2003

**Esercizio 1 (8 punti).** Si definisca la proprietà di *controllabilità* e si ricordino i principali criteri con cui essa può essere verificata nel caso dei sistemi lineari e stazionari. Si ricordi anche in che modo tale proprietà possa influenzare la struttura della funzione di trasferimento di un sistema SISO lineare e stazionario.

*Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.*

**Esercizio 2 (10 punti).** Si consideri un sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento vale:

$$W(s) = \frac{120s + 48}{100s^3 + 304s^2 + 13s + 3}$$

- (a) Dopo aver ricondotto tale funzione alla forma di Bode, indicando tutti i fattori che la compongono e i loro parametri significativi, si tracci il diagramma di Bode della  $W(j\omega)$  su carta semilogaritmica.
- (b) Si ricordi la definizione di *banda passante* a 6 db. Tale parametro è definito per la funzione di trasferimento data? Se sì, determinarne il valore dal grafico tracciato al punto 2.

**Esercizio 3 (12 punti).** È data la rappresentazione in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u(t) \end{cases}$$

- (a) Si determini, mediante l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione libera dello *stato* e l'evoluzione forzata dell'*uscita* che consegue per  $t \geq 0$  quando il sistema si trova nello stato iniziale

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

e ad esso viene applicato un segnale di ingresso

$$u(t) = e^{-3t} \delta_{-1}(t),$$

indicando separatamente le due componenti che corrispondono all'evoluzione libera e forzata.

- (b) Si valuti la stabilità secondo Lyapunov del sistema descritto da tale modello, individuando tutti i possibili stati di equilibrio.
- (c) Si calcoli la funzione di trasferimento  $W(s)$  di tale sistema e si discuta se i termini che compongono l'evoluzione forzata dell'uscita determinata al punto (a) hanno la forma che ci si può attendere data la struttura della  $W(s)$  e dell'ingresso dato.  
Cosa può dirsi a proposito della controllabilità ed osservabilità del sistema in base alla struttura della  $W(s)$ ?
- (d) Si valuti la stabilità BIBO del sistema descritto da tale modello.