Analisi dei Sistemi

I Pre-esame — 14 Novembre 2003

Esercizio 1. (8 punti) Tra i segnali canonici di importanza nell'analisi dei sistemi, possiamo ricordare la famiglia delle rampe esponenziali (o cisoidi) e l'impulso. Si ricordi che forma assumono tali funzioni, le loro proprietà e gli eventuali legami fra esse.

Nel caso della rampa esponenziale si discuta quali altre funzioni possano considerarsi casi particolari o possano generarsi mediante combinazioni lineari di rampe.

Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.

Esercizio 2. Si consideri un sistema lineare e stazionario descritto dal seguente modello:

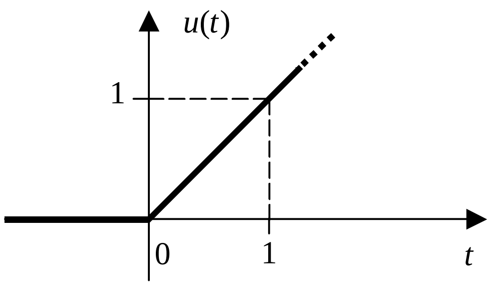
$$3\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 12\,\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 12\,\frac{dy(t)}{dt} = 6\frac{du(t)}{dt} + 3u(t).$$

1. (4 punti) Determinare i modi di tale sistema e classificarli, dopo averne calcolato i parametri significativi. Tracciare il loro andamento qualitativo.
2. (4 punti) Definire il concetto di risposta impulsiva e calcolarne il valore per tale sistema.

Esercizio 3. È data la rappresentazione in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini, mediante lo sviluppo di Sylvester, la matrice di transizione dello stato.
2. (6 punti) Si determini una trasformazione di similitudine che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale. Determinare le matrici della nuova rappresentazione e verificare (usando la matrice di transizione dello stato della rappresentazione diagonale) il risultato determinato al punto precedente.
3. (6 punti) Si determini l'evoluzione forzata dell'*uscita* che consegue all'applicazione dell'ingresso $u(t)$ in figura[1]. Si tracci l'andamento qualitativo di tale funzione.



[1] Può essere utile ricordare che vale:

$$\int te^{at}dt = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a}\int e^{at}dt = \frac{1}{a}te^{at} - \frac{1}{a^2}e^{at}.$$