

Analisi dei Sistemi

I Pre-esame — 14 Novembre 2003

Esercizio 1. (8 punti) Si discuta in cosa consiste un *modello in termini di variabili di stato*, indicando le varie forme che esso può assumere a seconda delle proprietà di cui gode un sistema.

Tale domanda vuole valutare la preparazione generale e verrà valutata anche in base alla chiarezza espositiva e proprietà di linguaggio. Evitare risposte stringate e fare esempi se necessario.

Esercizio 2. Si consideri un sistema lineare e stazionario descritto dal seguente modello:

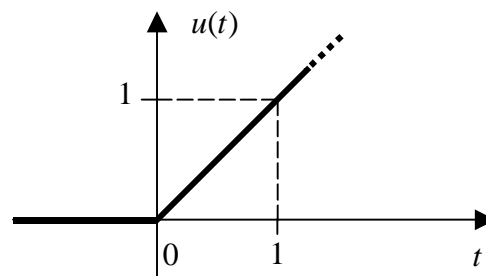
$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 3 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 12 y(t) = 2 \frac{du(t)}{dt} + u(t).$$

- (4 punti) Determinare i modi di tale sistema¹ e classificarli, dopo averne calcolato i parametri significativi. Tracciare il loro andamento qualitativo.
- (4 punti) Definire il concetto di risposta impulsiva e calcolarne il valore per tale sistema.

Esercizio 3. È data la rappresentazione in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

- (4 punti) Si determini, mediante lo sviluppo di Sylvester, la matrice di transizione dello stato.
- (6 punti) Si determini una trasformazione di similitudine che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale. Determinare le matrici della nuova rappresentazione e verificare (usando la matrice di transizione dello stato della rappresentazione diagonale) il risultato determinato al punto precedente.
- (6 punti) Si determini l'evoluzione forzata dell'*uscita* che consegue all'applicazione dell'ingresso $u(t)$ in figura². Si tracci l'andamento qualitativo di tale funzione.



¹Si osservi che $p_1 = -3$ è radice del polinomio caratteristico della omogenea associata.

²Può essere utile ricordare che vale:

$$\int t e^{at} dt = \frac{1}{a} t e^{at} - \frac{1}{a} \int e^{at} dt = \frac{1}{a} t e^{at} - \frac{1}{a^2} e^{at}.$$