Analisi dei Sistemi — Esercitazione 3

28 Ottobre 2003

Esercizio 1. E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$2\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 12\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 18\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d^2}{dt^2}u(t) + 2\frac{d}{dt}u(t) + 2u(t)$$

1. Si determini una realizzazione di tale sistema in termini di variabili di stato, dandone una rappresentazione grafica mediante un diagramma a blocchi. Si precisi se in base a tale scelta di variabili lo spazio di stato coincide con lo spazio di fase.
2. Usare lo sviluppo di Sylvester per calcolare la matrice di transizione dello stato per questa rappresentazione.
3. Dato un istante iniziale $t_0 = 4$, si calcoli l'evoluzione libera dello stato e dell'uscita a partire dallo stato $\vec{x}(4) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Esercizio 2. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \end{cases}$$

1. Si discuta se esiste una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che permette di passare ad una realizzazione in cui la matrice di stato $A' = P^{-1}AP$ è in forma diagonale. Tale trasformazione e' unica?
2. Determinata una trasformazione diagonalizzante, si calcoli la corrispondente realizzazione.
3. Si determini lo stato iniziale $\vec{z}(0)$ della rappresentazione diagonale che corrisponde allo stato iniziale $\vec{x}(0) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$ della rappresentazione originale.
4. Si determini, mediante la formula di Lagrange, l'evoluzione dello stato $\vec{z}(t)$ della rappresentazione diagonale a partire dalla condizione iniziale data al punto precedente e conseguente all'applicazione dell'ingresso
$$u(t) = \begin{cases} t & \text{per } t \in [0, 3) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$
5. Si determini nelle stesse condizioni del punto precedente, l'evoluzione dello stato $\vec{x}(t)$ della rappresentazione originale.
6. Si determini nelle stesse condizioni del punto precedente, l'evoluzione dell'uscita $\vec{y}(t)$: tale valore dipende dalla rappresentazione considerata?