Analisi dei Sistemi

Compito del 30 Settembre 2003

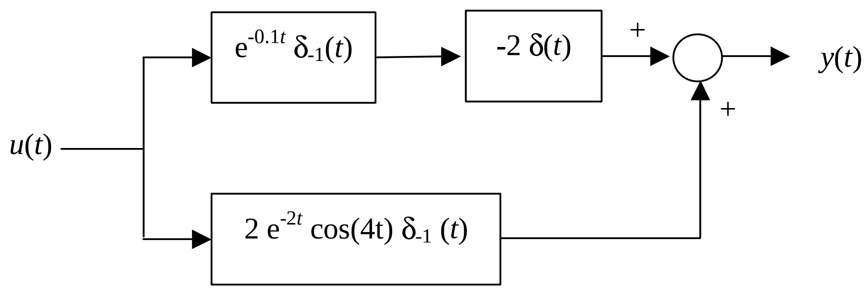
Esercizio 1. Si consideri il sistema descritto dal modello seguente, dove ϱ è un parametro incognito ma costante.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 23 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + t^{\varrho}\, u(t). \end{cases}$$

1. (4 punti) Individuare, in funzione del valore assunto dal parametro $\varrho \in \mathbb{R}$, le proprietà strutturali che caratterizzano tale sistema: lineare o non lineare, stazionario o tempovariante, dinamico o istantaneo, a parametri concentrati o distribuiti, con o senza elementi di ritardi, proprio (strettamente o meno) o improprio. Motivare le risposte.

2. (6 punti) Posto $\varrho = 0$, si calcoli la funzione di trasferimento $W(s)$ di tale sistema. Determinare i parametri caratterizzanti dei vari modi (costante di tempo, pulsazione naturale, smorzamento) della $W(s)$ indicando se essi siano stabili o meno e tracciare qualitativamente il loro andamento in funzione del tempo.

Esercizio 2. Si consideri il sistema in figura caratterizzato dalle risposte impulsive dei singoli blocchi.



1. (4 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$ scrivendola nella forma di Bode.

2. (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode di tale funzione.

Esercizio 3. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ \\ y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u. \end{cases}$$

1. (6 punti) Si determini una matrice di similitudine P che porti ad una nuova rappresentazione, in termini del vettore di stato $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$, in cui la matrice di stato $A' = P^{-1}AP$ è in forma diagonale. Quanto valgono le matrici della nuova rappresentazione?

2. (6 punti) Si determini, sfruttando la rappresentazione diagonale, l'evoluzione dello stato $\vec{x}(t)$ della rappresentazione originale a partire dalla condizione iniziale $\vec{x}(0) = \begin{bmatrix} 12 & 3 \end{bmatrix}^T$ e conseguente all'applicazione dell'ingresso a gradino $u(t) = \delta_{-1}(t-2)$.