Analisi dei Sistemi

Compito del 26 Giugno 2003

Esercizio 1. Per i due sistemi descritti dai modelli seguenti, individuare le proprietà strutturali che li caratterizzano: lineare o non lineare, stazionario o tempovariante, dinamico o istantaneo, a parametri concentrati o distribuiti, con o senza elementi di ritardi, proprio (strettamente o meno) o improprio. Motivare le risposte.

1. (4 punti) Legame ingresso-uscita:
$$\ddot{y}(t) + (t^2 - 1)y(t) = 6u(t - T).$$
2. (4 punti) Rappresentazione in variabili di stato:
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & x_1(t) \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 3\,u(t). \end{cases}$$

Esercizio 2. Si consideri un sistema il cui legame ingresso uscita è descritto dalla seguente equazione differenziale:
$$40\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 24\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 10\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d^2}{dt^2}u(t) + 4\frac{d}{dt}u(t) + 4u(t).$$

1. (5 punti) Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ e la riposta impulsiva $w(t)$ per il sistema dato.
2. (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode della $W(s)$ determinata al punto precedente.

Esercizio 3. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si determini mediante la formula di Lagrange l'evoluzione libera dello stato $x_\ell(t)$ e dell'uscita $y_\ell(t)$ a partire da condizioni iniziali dello stato $x(0) = [\,2\;\;1\,]^T$.
2. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale e si calcolino tutte le matrici della nuova rappresentazione.
3. (3 punti) Determinata la condizione iniziale $z(0)$ corripondente alla $x(0)$ data al punto 1, si calcoli l'evoluzione libera dello stato per la nuova rappresentazione. Che relazione c'è tra l'evoluzione libera $x_\ell(t)$ e $z_\ell(t)$?
4. (2 punti) Che relazione ci si aspetta tra l'evoluzione libera dell'uscita calcolata al punto 1 e l'evoluzione libera dell'uscita calcolata a partire dal segnale $z_\ell(t)$?