

# Analisi dei Sistemi

Compito del 28 Febbraio 2003

Testo A

**Esercizio 1.** E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 12 \frac{d}{dt}y(t) + 32 y(t) = 100 \frac{d^2}{dt^2}u(t) + 4 \frac{d}{dt}u(t) + 4 u(t).$$

1. (4 punti) Si dia la definizione di risposta impulsiva per un sistema lineare e stazionario ricordando le principali proprietà di tale regime. (Evitare risposte stringate: la domanda vuole valutare la preparazione teorica.)
2. (4 punti) Calcolare la funzione di trasferimento  $W(s)$  e la risposta impulsiva  $w(t)$  per il sistema dato.
3. (6 punti) Si tracci il diagramma di Bode della  $W(s)$  determinata al punto precedente.
4. (4 punti) Si determini la risposta a regime (se esiste) che consegue all'applicazione di un segnale di ingresso  $u(t) = 3 \sin(2t + \frac{\pi}{4})$ .

Si discuta se il valore trovato è consistente con il diagramma di Bode determinato al punto precedente.

**Esercizio 2.** E' data la seguente rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario, a parametri concentrati.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -32 & -12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 3u(t) \end{cases}$$

1. (4 punti) Si calcoli, mediante lo sviluppo di Sylvester, la matrice di transizione dello stato per tale modello.
2. (5 punti) Si valuti, usando la formula di Lagrange, l'evoluzione libera dello stato e della uscita a partire da condizioni iniziali  $y(t_0) = 6, \dot{y}(t_0) = 0$ , dove  $t_0 = 3$ .  
NOTA BENE: Se non si è in grado di determinare lo stato iniziale che corrisponde a tali condizioni iniziali si può rispondere alla domanda in forma semplificata (valore 4 punti) calcolando l'evoluzione libera a partire dallo stato iniziale  $\vec{x}(t_0) = [-5 \ 16]^T$ .
3. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine che porti ad una nuova rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale, indicando tutte le matrici della nuova rappresentazione.