

# Analisi dei Sistemi

Compito dell'11 Febbraio 2003

**Esercizio 1.** E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d}{dt}u(t) + 6u(t).$$

1. (4 punti) Si determinino i modi che caratterizzano tale sistema indicandone i parametri che ad essi corrispondono (costante di tempo, pulsazione naturale, smorzamento). Si valuti la stabilità dei singoli modi e si tracci qualitativamente il loro andamento in funzione del tempo. Si valuti quale sia il modo più lento e quello più veloce.
2. (6 punti) Si determini l'evoluzione libera a partire dall'istante iniziale  $t_0 = 0$  date le condizioni iniziali

$$y(t)|_{t=t_0} = 2, \quad \left. \frac{d}{dt}y(t) \right|_{t=t_0} = 4, \quad \left. \frac{d^2}{dt^2}y(t) \right|_{t=t_0} = 1.$$

3. (4 punti) Si valuti, senza calcolarla esplicitamente, che struttura assume la risposta forzata  $y_f(t)$  che consegue all'applicazione di un segnale di ingresso  $u(t) = e^{-2t}\delta_{-1}(t)$ . [Si scriva la  $y_f(t)$  come la somma di due termini: un integrale particolare  $y_{f.p}(t)$  e un integrale dell'omogenea  $y_{f.o}(t)$ .] Si ricordi il significato di risposta a regime e si valuti se essa esiste in questo caso.
4. (4 punti) Determinare una rappresentazione di tale sistema in termini di variabili di stato e darne una descrizione grafica mediante un diagramma a blocchi.
5. (6 punti) Si consideri la trasformazione di similitudine

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e si determini a quale nuova rappresentazione tale trasformazione porti. Si dia una descrizione grafica mediante diagramma a blocchi anche della nuova rappresentazione.

6. (6 punti) Si determini a partire dal modello ingresso-uscita la funzione di trasferimento  $W(s)$  del sistema. Se ne tracci il diagramma di Bode.