

# Analisi dei Sistemi

II pre-esame 2002

20 Dicembre, 2002

**Esercizio 1.** Si consideri un sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento vale:

$$W(s) = \frac{20s + 20}{s^3 - 2s^2 + 25s}$$

1. (3 punti) Si riconduca tale funzione alla forma di Bode indicando tutti i fattori che la compongono e i loro parametri significativi.
2. (5 punti) Si tracci il diagramma di Bode della  $W(j\omega)$  su carta semilogaritmica.
3. (2 punti) Si discuta se tale diagramma ha il significato fisico di risposta a regime motivando la risposta.
4. (2 punti) Si ricordi la definizione di modulo e pulsazione alla risonanza. Tali parametri sono definiti per la funzione di trasferimento data? Se sì, determinarne il valore dal grafico tracciato al punto 2.

**Esercizio 2.** È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u(t). \end{cases}$$

1. (5 punti) Dato un istante iniziale  $t_0 = 0$ , si determini mediante l'uso delle trasformate di Laplace l'evoluzione dello *stato* e dell'*uscita* a partire da condizioni iniziali  $x_1(t_0) = 4$ ,  $x_2(t_0) = 1$  e conseguente all'applicazione di un ingresso

$$u(t) = \delta_{-1}(t),$$

indicando i due termini che corrispondono all'evoluzione libera e all'evoluzione forzata.

2. (2 punti) Si determini la funzione di trasferimento e si valuti la stabilità BIBO del sistema descritto da tale modello.
3. (2 punti) Si valuti la stabilità secondo Lyapunov del sistema descritto da tale modello, individuando tutti i possibili stati di equilibrio.
4. (3 punti) Si valuti l'osservabilità e la controllabilità della rappresentazione.
5. (2 punti) Si confrontino i risultati ottenuti ai punti 2, 3 e 4 discutendone gli eventuali legami.

**Esercizio 3.** Si consideri un sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento vale:

$$W(s) = \frac{s + 4}{(4 + k)s^3 + 7s^2 + 12s + 9}$$

1. (4 punti) Si valuti mediante il criterio di Routh per quali valori del parametro  $k \in (-\infty, \infty)$  tale sistema è stabile.