Analisi dei Sistemi

Pre-esame 2 Novembre 2002

Esercizio 1. Si consideri un sistema descritto dal seguente modello ingresso-uscita dove ϱ e η sono parametri reali costanti.

$$\frac{d^3y(t)}{dt^3} + 3\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^{\eta} + 7y(t) = 3\frac{d^3u(t)}{dt^3} + (\varrho + t)u(t).$$

1. (4 punti) Individuare le proprietà strutturali che caratterizzano tale modello: lineare o non lineare; stazionario o tempo-variante; dinamico o istantaneo; a parametri concentrati o distribuiti; con o senza elementi di ritardo; proprio (strettamente o meno) o improprio. Indicare inoltre se il valore dei parametri ϱ e η possa modificare tali proprietà. E' necessario motivare ogni risposta.

Esercizio 2. Si consideri un sistema lineare e stazionario descritto dal seguente modello:

$$3\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 12\frac{dy(t)}{dt} + 12y(t) = 3\frac{du(t)}{dt} + u(t).$$

1. (4 punti) Determinare i modi di tale sistema e classificarli, indicando i loro parametri significativi. Tracciare il loro andamento qualitativo. (Tale domanda vuole valutare la preparazione generale: evitare risposte stringate).
2. (4 punti) Definire il concetto di risposta impulsiva e calcolarne il valore per tale sistema.
3. (4 punti) Calcolare la risposta forzata di tale sistema soggetto all'azione di un ingresso

   $$u(t) = 2e^{2t}\delta_{-1}(t),$$

   individuando se possibile il termine permanente e quello transitorio.

Esercizio 3. È data la rappresentazione in variabili di stato di un sistema lineare e stazionario

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}. \end{cases}$$

1. (3 punti) Si determini, mediante lo sviluppo di Sylvester, la matrice di transizione dello stato.
2. (3 punti) Dato un istante iniziale $t_0 = 2$, si determini l'evoluzione libera dello *stato* e dell'*uscita* a partire da condizioni iniziali $x_1(t_0) = 3$, $x_2(t_0) = 1$.
3. (4 punti) Si determini l'evoluzione forzata dell'*uscita* che consegue all'applicazione di un ingresso

   $$\vec{u}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3\,\delta_{-1}(t) \end{bmatrix}.$$

4. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine che porti ad una rappresentazione in cui la matrice di stato è in forma diagonale. Determinare le matrici della nuova rappresentazione.