

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 5

15 Novembre 2002

Esercizio 1. Si consideri il sistema SISO lineare e stazionario descritto dal seguente modello ingresso-uscita

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 5u(t) \quad (1)$$

1. Si determini, con l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione libera del sistema a partire dalle condizioni iniziali

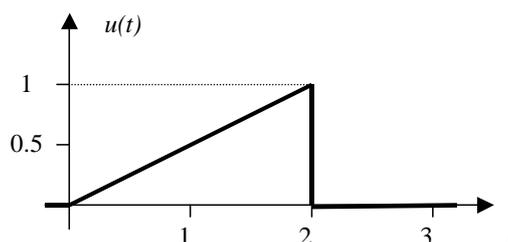
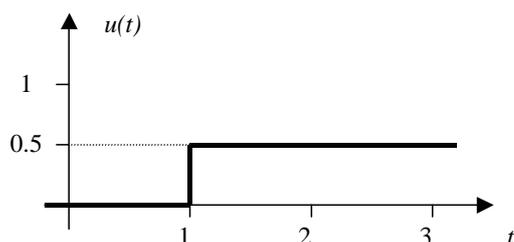
$$y(t)|_{t=0} = 3, \quad \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 1.$$

2. Si determini la funzione di trasferimento del sistema e, antitrasformando, la risposta impulsiva.
3. Si determini, con l'uso delle trasformate di Laplace, la risposta forzata che consegue all'applicazione del segnale di ingresso $u(t)$ rappresentato a sinistra in figura.

Esercizio 2. E' dato un sistema descritto dal modello in termini di variabili di stato

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{3}{4} & -\frac{7}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} \frac{13}{4} & \frac{9}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{4} u(t) \end{cases} \quad (2)$$

1. Si calcoli la matrice risolvete di tale sistema e, antitrasformando, la matrice di transizione dello stato.
2. Si calcoli la funzione di trasferimento.
3. Si determini un modello ingresso-uscita equivalente alla rappresentazione in variabili di stato.
4. Si determini, con l'uso delle trasformate di Laplace, l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita in conseguenza dell'applicazione dell'ingresso rappresentato a destra in figura.



Funzione del tempo		Trasformata di Laplace
Impulso unitario	$\delta(t)$	1
Gradino unitario	$\delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s}$
Rampa lineare	$t \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s^2}$
Polinomiale	$t^k \delta_{-1}(t)$	$\frac{k!}{s^{k+1}}$
Esponenziale	$e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{1}{s - a}$
Seno	$\sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
Coseno	$\cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
Sinusoida smorzata	$e^{at} \sin(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{\omega}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Cosinusoida smorzata	$e^{at} \cos(\omega t) \delta_{-1}(t)$	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + \omega^2}$
Rampa esponenziale (o cisoide)	$t^k e^{at} \delta_{-1}(t)$	$\frac{k!}{(s - a)^{k+1}}$