

Analisi dei Sistemi — Esercitazione 3

25 Ottobre 2002

Esercizio 1. E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$4\ddot{y}(t) + 7\dot{y}(t) + 3y(t) = \ddot{u}(t) + 4\dot{u}(t) + 4u(t)$$

1. Determinare una realizzazione di tale sistema in termini di variabili di stato e darne una rappresentazione grafica mediante un diagramma a blocchi. Precisare se in base a tale scelta di variabili lo spazio di stato coincide con lo spazio di fase.
2. Calcolare gli autovalori della matrice A e verificare che essi corrispondono alle radici del polinomio caratteristico dell'equazione omogenea associata all'equazione differenziale.
3. Usare lo sviluppo di Sylvester per calcolare la matrice di transizione dello stato per questa rappresentazione.
4. Usare la formula di Lagrange per calcolare l'evoluzione libera dello stato e dell'uscita a partire da condizioni iniziali dello stato per cui valga $y(0) = 2$ e $\dot{y}(0) = 1$.
5. Calcolare, in funzione delle matrici $\{A, B, C, D\}$ della rappresentazione precedentemente ottenuta, la risposta impulsiva $w(t)$.
6. Si discuta se esiste una trasformazione di similitudine che permette di passare ad una realizzazione in cui la matrice A' è diagonale. Se tale trasformazione esiste la si determini e si calcoli la corrispondente realizzazione.
7. Calcolare la matrice di transizione dello stato sfruttando la trasformazione di similitudine e verificare il risultato ottenuto al punto 3.
8. Usare la formula di Lagrange per calcolare, a partire dalla rappresentazione diagonale, l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita in conseguenza dell'applicazione dell'ingresso in figura. Si discuta se l'evoluzione forzata dello stato e dell'uscita per la rappresentazione originaria in forma compagna saranno identiche a queste oppure no.

