

Analisi dei Sistemi

Compito del 1 Giugno 2002

Esercizio 1. Sia data la seguente rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & 0 \\ 0 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -0.5 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 20 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + u(t) \end{cases} \quad (1)$$

1. (4 punti) Individuare le proprietà strutturali che caratterizzano tale modello: lineare o non lineare; stazionario o tempovariante; dinamico o istantaneo; a parametri concentrati o distribuiti; con o senza elementi di ritardo; proprio (strettamente o meno) o improprio. Motivare le risposte.
2. (6 punti) Si calcoli *mediante l'uso della formula di Lagrange* l'uscita che consegue per $t \geq 0$ all'applicazione di un ingresso $u(t) = \delta_{-1}(t)$ a partire da condizioni iniziali $\vec{x}(0) = [2 \ 3]^T$, indicando il termine $y_\ell(t)$ corrispondente all'evoluzione libera e il termine $y_f(t)$ corrispondente all'evoluzione forzata.
3. (6 punti) Trasformando secondo Laplace l'equazione (1) e tenendo conto delle condizioni iniziali e dell'ingresso già dati al punto precedente, si determini la \mathcal{L} -trasformata dell'uscita $Y(s)$ indicando il termine $Y_\ell(s)$ corrispondente all'evoluzione libera e il termine $Y_f(s)$ corrispondente all'evoluzione forzata.
4. (4 punti) Antitrasformare l'espressione della $Y(s)$ determinata al punto 3 per ricavare la $y(t)$. Confrontare il valore così ottenuto con quello determinato al punto 2.
5. (2 punti) Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ del sistema descritto dalla (1). Determinare zeri, poli e guadagno di Bode di tale funzione. Determinare i modi che caratterizzano il sistema e, calcolate le costanti di tempo ad essi associate, indicare quale dei modi sia il più "lento".
6. (6 punti) Tracciare il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.
7. (2 punti) [Se si e' tracciato il diagramma di Bode, si suggerisce di rispondere alle seguenti due domande dall'analisi del diagramma senza aver la necessità di fare calcoli esatti.] Qual è la frequenza ω_m che subisce la maggiore attenuazione tra ingresso e uscita? Se si suppone di applicare al sistema un ingresso sinusoidale con tale pulsazione e ampiezza unitaria $u(t) = \sin(\omega_m t)$, quanto vale l'ampiezza Y dell'uscita a regime $y(t) = Y \sin(\omega_m t + \phi)$?