

Analisi dei Sistemi

Compito del 28 Febbraio 2002

Esercizio 1. Per i due sistemi descritti dai modelli seguenti, individuare le proprietà strutturali che li caratterizzano: lineare o non lineare, stazionario o tempovariante, dinamico o istantaneo, a parametri concentrati o distribuiti, con o senza elementi di ritardi, proprio (strettamente o meno) o improprio. Motivare le risposte.

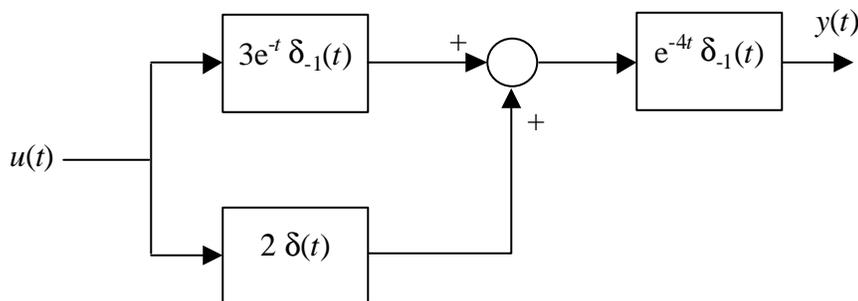
1. (4 punti) Legame ingresso-uscita:

$$\ddot{y}(t) + y(t) = 5\dot{u}(t) u(t).$$

2. (4 punti) Rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & t^2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 3 u(t). \end{cases}$$

Esercizio 2. Si consideri il sistema in figura caratterizzato dalle risposte impulsive dei singoli blocchi.



1. (4 punti) Si calcoli la funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$ scrivendola nella forma di Bode. Quanto vale il guadagno?

Esercizio 3. Si consideri un sistema il cui legame ingresso uscita è descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 2\dot{u}(t) + u(t).$$

1. (4 punti) Si determini una rappresentazione $\{A, B, C, D\}$ in termini di variabili di stato di tale sistema dandone una rappresentazione grafica mediante un diagramma con blocchi di integratori.
2. (4 punti) Si determini una trasformazione di similitudine $\vec{z}(t) = P^{-1}x(t)$ che porta ad una rappresentazione in cui la matrice di stato $A' = P^{-1}AP$ è in forma diagonale.
3. (4 punti) Per la nuova rappresentazione scegliere un vettore di stato iniziale $\vec{z}(0)$ a piacere (ma con tutte le componenti diverse da zero). Si determini l'evoluzione libera dello stato a partire da $\vec{z}(0)$ e l'evoluzione forzata dello stato conseguente alla applicazione dell'ingresso a gradino $u(t) = 3\delta_{-1}(t)$.

Esercizio 4. È data la rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u. \end{cases}$$

1. (4 punti) Si dia la definizione delle proprietà di controllabilità e di osservabilità per un sistema lineare e stazionario. Si determini se tale rappresentazione è controllabile e osservabile.
2. (4 punti) Si valuti la stabilità della rappresentazione secondo Lyapunov e la stabilità in senso BIBO.