Analisi dei Sistemi

Compito del 22 Gennaio 2002

Esercizio 1. E' dato un sistema descritto dal modello ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 7\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 32\frac{d}{dt}y(t) + 60y(t) = 3\frac{d}{dt}u(t) + 3u(t)$$

1. (4 punti) Individuare le proprietà generali che caratterizzano la struttura di tale sistema (lineare o non lineare, stazionario o tempovariante, dinamico o istantaneo, a parametri concentrati o distribuiti, con o senza elementi di ritardi, proprio o improprio) motivando le risposte.
2. (4 punti) Si verifichi che il polinomio caratteristico di tale sistema può essere scritto come $P(s) = (s+3)(s^2+4s+20)$. Determinare le radici di tale polinomio e individuare i modi che ad esse corrispondono. Calcolare i parametri caratterizzanti dei vari modi (costante di tempo, pulsazione naturale, smorzamento), determinare se sono stabili o meno e tracciare qualitativamente il loro andamento in funzione del tempo.
3. (4 punti) Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ e la risposta impulsiva $w(t)$ di tale sistema.
4. (6 punti) Tracciare il diagramma di Bode della $W(j\omega)$.
5. (4 punti) Determinare una rappresentazione di tale sistema in termini di variabili di stato e darne una rappresentazione grafica mediante un diagramma a blocchi. Si precisi se la rappresentazione trovata usa come spazio di stato lo spazio di fase.

Esercizio 2. Sia data la seguente rappresentazione in termini di variabili di stato di un sistema lineare e stazionario a parametri concentrati

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t) \\ \\ y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

1. (4 punti) Si calcoli la matrice di transizione dello stato e^{At}.
2. (4 punti) Si valuti la stabilità del sistema secondo Lyapunov e in senso BIBO.