

Automazione Industriale

Esercitazione 4

3 Aprile 2007

Esercizio 1

Rappresentare il grafo della catena di Markov a tempo continuo il cui insieme di stati è $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ e la cui matrice delle frequenze di transizione è la seguente:

$$Q = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}.$$

Determinare mediante il criterio degli autovalori l'ergodicità della catena. Calcolare la componente stazionaria.

Esercizio 2

Determinare sotto quali condizioni il processo nascita-morte a tempo continuo omogeneo e uniforme, con tassi di nascita e morte λ e μ , il cui insieme di stati ammissibili è $X = \{0, 1, 2\}$ è ergodico. Sotto tali condizioni calcolare il vettore delle probabilità di stato a regime.

Esercizio 3

Un robot deve verniciare e lucidare delle carrozzerie di auto che arrivano secondo un processo di Poisson con parametro λ . Se il robot è impegnato, le carrozzerie in arrivo vengono dirottate altrove (scartate). Sia per la verniciatura che per la lucidatura il robot ha un tempo di servizio con distribuzione esponenziale e parametro μ . La verniciatura ha una probabilità p di essere eseguita correttamente. Considerare i seguenti casi.

1. La verniciatura viene ripetuta fino a quando non viene eseguita correttamente dopodiché la carrozzeria viene lucidata.
2. La verniciatura può essere eseguita al massimo due volte e se ancora non viene eseguita correttamente la carrozzeria viene scartata. Quando la verniciatura è stata eseguita correttamente, la carrozzeria viene lucidata.
3. La verniciatura può essere eseguita al massimo due volte e sicuramente la seconda volta viene eseguita correttamente. Quando la verniciatura è stata eseguita correttamente, la carrozzeria viene lucidata.

La lucidatura invece avviene sempre con successo.

Per ognuno dei tre casi, rappresentare il grafo della catena di Markov a tempo continuo associata a questo processo e determinarne la matrice delle frequenze di transizione.

Calcolare la probabilità che, in condizioni di equilibrio, una carrozzeria in arrivo debba essere scartata nei tre casi.

Calcolare la probabilità di scartare una carrozzeria in lavorazione nel secondo caso.

Esercizio 4

Un sistema di produzione è composto di un magazzino capace di contenere sino a 3 pezzi e di un carrello trasportatore che si presenta al magazzino per prelevare pezzi e trasportarli ad un centro di raccolta. Il carrello arriva vuoto al magazzino in media 10 volte al giorno secondo un processo di Poisson, e preleva pezzi nel modo seguente: con probabilità 0.2 carica 3 pezzi, con probabilità 0.5 carica 2 pezzi e con probabilità 0.3 carica 1 pezzo.

Nel caso in cui il carrello arrivi al magazzino e non trovi pezzi da prelevare, esso ritorna vuoto al centro di raccolta. Il magazzino viene completamente rifornito quando il suo livello è minore o uguale ad 1 pezzo ed il rifornimento avviene dopo un intervallo di tempo distribuito esponenzialmente con media 1/50 giorno.

1. Rappresentare il processo che descrive lo stato del magazzino.
2. Calcolare la probabilità π_v e π_f che in condizioni di regime il magazzino sia vuoto e pieno rispettivamente in condizioni di regime.
3. Calcolare il numero medio di pezzi presenti nel magazzino a regime.