

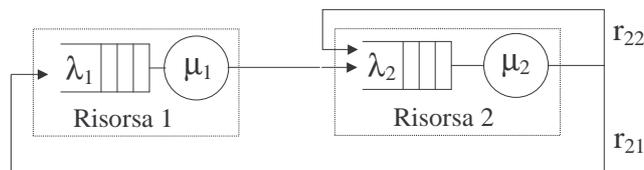
Automazione Industriale

Il pre-esame — 4 Giugno 2007

Esercizio 1 (12 punti).

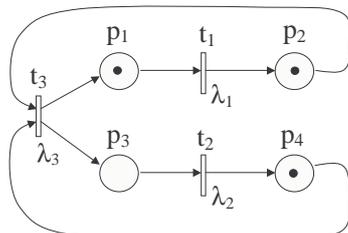
- (a) (4 punti) Si vuole studiare come varia il tempo di attraversamento $\bar{\vartheta}$ di una coda M/M/1/K in funzione del valore di K . Il tasso di servizio si suppone pari a $\mu = 1$.
- (i) Posto $\rho = 0.5 < 1$, si calcoli il valore del tempo di attraversamento per i quattro valori $K \in \{1, 2, 3, \infty\}$.
- (ii) Si ripeta lo stesso calcolo per $\rho = 2 \geq 1$.
- (iii) Si discuta che conclusioni possono trarsi sull'andamento di $\bar{\vartheta}$ al crescere di K , nei due casi $\rho < 1$ e $\rho \geq 1$ dando una interpretazione fisica di tale risultato.
- (b) (4 punti) Si enunci il teorema di Jackson, spiegando come tale risultato consenta di semplificare l'analisi delle rete aperte di code markoviane.
- (c) (4 punti) In una coda M/M/1 con tasso di arrivi λ e tasso di servizio μ il servente *in lavorazione* può guastarsi. Il tempo di rottura è distribuito esponenzialmente con valore medio T_g . Quando il servente si guasta la coda viene svuotata e finché esso è guasto non si verificano nuovi arrivi. Il servente guasto viene riparato dopo un tempo distribuito esponenzialmente con valore medio T_r . Si rappresenti la catena di Markov a tempo continuo che descrive tale processo.

Esercizio 2 (10 punti). Un processo produttivo può essere schematizzato dalla rete chiusa di code markoviane in figura. La prima risorsa è del tipo M/M/2, la seconda del tipo M/M/1; il numero di utenti nella rete è pari a 4. Sono dati i seguenti valori numerici: $\mu_1 = 0.5 \text{ s}^{-1}$, $\mu_2 = 2 \text{ s}^{-1}$, $r_{21} = 0.5$ e $r_{12} = 0.5$.



- (a) (4 punti) Determinare la probabilità di stato a regime utilizzando il teorema di Gordon e Newell.
- (b) (2 punti) Determinare il numero medio di utenti nelle due risorse a regime.
- (c) (2 punti) Determinare la probabilità che la risorsa 1 e la risorsa 2 siano contemporaneamente in lavorazione a regime.
- (d) (2 punti) Si supponga che ogni utente che esce dalla risorsa 2 e ritorna alla risorsa 1 rappresenti un prodotto finito. Determinare la produttività del sistema, cioè il tasso di prodotti finiti.

Esercizio 3 (8 punti). Si consideri la rete di Petri stocastica in figura dove le transizioni hanno infiniti serventi. I parametri delle distribuzioni esponenziali dei tempi di scatto valgono, rispettivamente, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$, e $\lambda_3 = 2$.



- (a) (2 punti) Si determini la catena di Markov a tempo continuo ad essa equivalente.
- (b) (2 punti) Si determinino le probabilità di stato a regime.
- (c) (2 punto) Si calcoli il numero medio di gettoni nel posto p_2 .
- (d) (1 punto) Si calcoli la frequenza di scatto della transizione t_2 .
- (e) (1 punto) Si calcoli la probabilità che i posti p_1 e p_3 siano contemporaneamente marcati.