

# Automazione Industriale

Esame del 25 Giugno 2007

**Esercizio 1** (4 punti). Si dia la definizione di *processo stocastico*. Si discuta in cosa consiste la proprietà di *ergodicità* e si dia un esempio di processo stocastico ergodico.

**Esercizio 2** (10 punti). È data una catena di Markov a tempo continuo con spazio di stato  $X = \{x_0, x_1, x_2\}$  e matrice dei tassi di transizione

$$Q = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

- (a) (2 punto) Determinare la rappresentazione grafica di tale catena e partizionare il grafo in componenti ergodiche e transitorie.
- (b) (2 punti) Determinare mediante il *criterio degli autovalori* l'ergodicità della catena.
- (c) (2 punti) Se all'istante iniziale ( $t_0 = 0$ ) la catena si trova nello stato  $x_2$ , qual è la probabilità di trovarsi nel generico stato  $x_i$ , con  $i = 0, 1, 2$ , al generico istante  $t > 0$ ? (*Basta dare la formula, non occorre calcolare tale vettore.*)
- (d) (2 punti) Calcolarne le probabilità di stato regime.
- (e) (1 punto) Determinare la frequenza  $f_{01}$  con cui, a regime, si passa dallo stato  $x_0$  allo stato  $x_1$ .
- (f) (1 punto) Calcolare il tempo  $T_i$  trascorso a regime nello stato  $x_i$ , con  $i = 0, 1, 2$ , durante una simulazione di durata 30 secondi.

**Esercizio 3** (16 punti). I clienti in arrivo ad un centro ospedaliero vengono ricevuti nella sala di attesa da un infermiere che compila la scheda del paziente e li smista a due diversi reparti: con probabilità  $p$  essi vengono inviati al reparto A e con probabilità  $1 - p$  essi vengono inviati al reparto B.

Nel reparto A, dove si eseguono visite mediche, vi sono due medici ciascuno dei quali è in grado di visitare un cliente. Terminata la visita, il 75% dei pazienti viene dimesso, mentre il 25% restante viene inviato al reparto B per eseguire le ulteriori analisi.

Nel reparto B, dove si eseguono ecografie, è presente un solo medico. Terminata l'ecografia i pazienti escono dal centro.

Si suppone che i pazienti arrivino secondo un processo di Poisson con tasso  $\lambda = 10$  pazienti/ora. Il tempo richiesto per la compilazione della scheda paziente è distribuito esponenzialmente e ha valor medio 5 minuti. Il tempo richiesto per una visita medica è distribuito esponenzialmente e ha valor medio 12 minuti. Il tempo richiesto per una ecografia è distribuito esponenzialmente e ha valor medio 10 minuti.

- (a) (2 punti) Si descriva il funzionamento di tale centro mediante una rete aperta di code markoviane.
- (b) (2 punti) Determinare per quali valori del coefficiente di instradamento  $p$  tale rete è ergodica.
- (c) (2 punti) Per il resto dell'esercizio, si assume che valga  $p = 0.8$ . Determinare i tassi di arrivo alle singole risorse e le loro intensità di traffico.
- (d) (2 punti) Determinare, in condizioni di regime, il numero medio di clienti nelle tre risorse.
- (e) (2 punti) Determinare, in condizioni di regime, il tempo medio in cui resta all'interno del centro un generico cliente.
- (f) (2 punti) Determinare, in condizioni di regime il tasso dei clienti che visitano un solo reparto (sia A o B) e il tasso dei clienti che visitano entrambi i reparti.
- (g) (2 punti) Determinare, in condizioni di regime, il tempo  $T_A$  che un medico del reparto A trascorre a visitare pazienti durante un turno di 8 ore.
- (h) (2 punti) Si discuta se, spostando un medico dal reparto A al reparto B, sia possibile: (i) aumentare il tasso di clienti serviti a regime; (ii) ridurre il tempo medio speso da un cliente nel centro a regime.