Automazione Industriale

Esame del 4 Giugno 2007 (prova completa)

Esercizio 1 (6 punti)**.**

(a) (3 punti) Si definisca la *variabile casuale continua uniforme tra* a *e* b. Si calcoli, applicando le formule che definiscono tali momenti, quanto valgano la sua media e la sua varianza.

(b) (3 punti) Si definisca un *automa temporizzato*. Si descriva la regola che governa lo scatto delle transizioni mediante i concetti di *orologio*, *tempo di attivazione* (o *di ritardo*) e *tempo residuo*.

Esercizio 2 (6 punti)**.** È data la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.75 & 0.25 \end{bmatrix}.$$

(a) (1 punto) Si discuta se tale matrice possa descrivere una catena di Markov a tempo discreto oppure una catena di Markov a tempo continuo, giustificando le risposte.

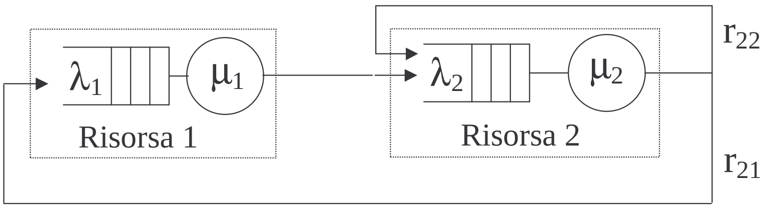
(b) (1 punto) Si supponga, per svolgere il resto dell'esercizio, che tale matrice rappresenti una catena a tempo discreto. Determinare la rappresentazione grafica di tale catena.

(c) (1 punti) Determinare mediante il criterio grafico l'ergodicità della catena.

(d) (1 punti) Calcolarne le probabilità di stato regime.

(e) (2 punti) Supponendo che il periodo di tale catena valga $\Delta = 3\ s$, determinare la frequenza f_{32} con cui, a regime, si passa dallo stato x_3 allo stato x_2 (evento con probabilità $p_{32} = 0.75$). Indicare anche l'unità di misura di tale grandezza.

Esercizio 3 (10 punti)**.** Un processo produttivo può essere schematizzato dalla rete chiusa di code markoviane in figura. La prima risorsa è del tipo M/M/1, la seconda del tipo M/M/2; il numero di utenti nella rete è pari a 4. Sono dati i seguenti valori numerici: $\mu_1 = 4\ s^{-1}$, $\mu_2 = 2.5\ s^{-1}$, $r_{21} = 0.8$ e $r_{22} = 0.2$.



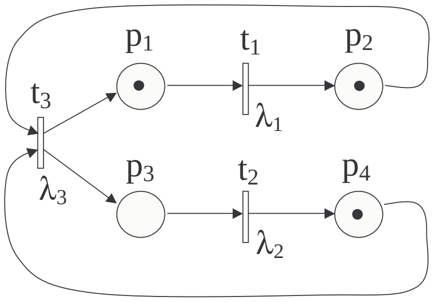
(a) (4 punti) Determinare la probabilità di stato a regime utilizzando il teorema di Gordon e Newell.

(b) (2 punti) Determinare il numero medio di utenti nelle due risorse a regime.

(c) (2 punti) Determinare la probabilità che la risorsa 1 e la risorsa 2 siano contemporaneamente in lavorazione a regime.

(d) (2 punti) Si supponga che ogni utente che esce dalla risorsa 2 e ritorna alla risorsa 1 rappresenti un prodotto finito. Determinare la produttività del sistema, cioè il tasso di prodotti finiti.

Esercizio 4 (8 punti)**.** Si consideri la rete di Petri stocastica in figura dove le transizioni hanno infiniti serventi. I parametri delle distribuzioni esponenziali dei tempi di scatto valgono, rispettivamente, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$, e $\lambda_3 = 3$.



(a) (2 punti) Si determini la catena di Markov a tempo continuo ad essa equivalente.

(b) (2 punti) Si determinino le probabilità di stato a regime.

(c) (2 punto) Si calcoli il numero medio di gettoni nel posto p_1.

(d) (1 punto) Si calcoli la frequenza di scatto della transizione t_1.

(e) (1 punto) Si calcoli la probabilità che i posti p_1 e p_2 siano contemporaneamente marcati.