



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI CAGLIARI

FACOLTA' DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA ED ELETTRONICA

**Studio delle
Slot di Accoppiamento
in Guida d'Onda
ed in Microstriscia**

DOTT. G. Andrea CASULA

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA ELETTRONICA ED INFORMATICA

XVI CICLO

SOMMARIO

In questa tesi sono state esaminate alcune delle problematiche relative agli accoppiamenti mediante slot, che sono utilizzati tipicamente nell'alimentazione degli array, siano essi in guida d'onda o a microstriscia multistrato.

E' stata presentata una tecnica diretta per l'analisi di array planari di slot in guida d'onda, applicabile sia ad array risonanti e sia ad array ad onda viaggiante: è stata studiata la rete di Beam Forming per un array planare ed è illustrato un metodo diretto per l'analisi in frequenza dell'array. Sono mostrati sia i risultati ottenuti con tale metodo su vari tipi di array planari, sia il confronto con un software commerciale.

In seguito, è stato presentato un metodo per ottenere l'impedenza di una slot di accoppiamento in una struttura a microstriscia a doppio substrato dielettrico. Per tale scopo si è sfruttata l'analogia fra struttura a microstrip e guida a pareti magnetiche: si è caratterizzata la struttura a microstrip a doppio substrato mediante l'analisi di due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot. Il modello descritto, analizzato mediante il metodo dei momenti, è stato inizialmente validato mediante il software HFSS; in seguito i risultati ottenuti sono stati confrontati con il software Ensemble. Infine è stato descritto il circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due microstrisce, dal quale è stata ottenuta l'impedenza della slot di accoppiamento, e sono stati presentati alcuni risultati per tale impedenza.

RINGRAZIAMENTI

Dedico queste righe a tutte le persone che hanno contribuito a rendere migliori questi anni.....

Un ringraziamento particolare con tutto il mio cuore va alla mia ragazza Jose, senza la quale tutto questo sarebbe stato molto più difficile, per essermi stata sempre tanto vicina, dandomi tanta serenità, e perché nei momenti di maggiore difficoltà ha saputo essere un aiuto indispensabile.

Un grazie di cuore ai miei genitori che hanno sempre mostrato per quello che faccio una grande fiducia, incoraggiandomi sempre ad andare avanti per la mia strada.

Nell'ambito lavorativo devo innanzi tutto ringraziare il Prof. Giuseppe Mazzarella per l'aiuto, la guida e i consigli essenziali estesi oltre il dottorato di ricerca, per il suo costante appoggio e la sua grande disponibilità; un particolare ringraziamento all'Ing. Giorgio Montisci, che oltre ad essere un grande amico, mi è stato sempre vicino con i suoi preziosi consigli, che non si sono limitati al solo ambito lavorativo, e con la sua costante presenza. Un grande ringraziamento ai miei amici e colleghi Luisa e Carlo che non sono stati direttamente coinvolti nel mio lavoro, ma che con la loro stessa presenza mi hanno aiutato. Ringrazio, inoltre, tutto il personale del Dipartimento di Ingegneria Elettrica ed Elettronica dell'Università di Cagliari, in particolare la Sig.ra Pazzalli per la sua disponibilità e gentilezza.

Infine, ma non ultimi, un grazie a tutti i miei amici, che mi sono stati sempre vicini quando ho avuto bisogno di loro.

GRAZIE!

INDICE

INTRODUZIONE.....1

Bibliografia dell'Introduzione.....5

CAPITOLO 1: Accoppiamento tramite fori.....6

- 1.1 Teoria di Bethe..... 7
- 1.2 Apertura nella parete traversa di una guida d'onda.....12
- 1.3 Apertura nella parete superiore di una guida d'onda.....17
- 1.4 Modello di Collin.....20
- Bibliografia del Capitolo 1.....28

CAPITOLO 2: Slot in guida d'onda.....29

- 2.1 Introduzione.....29
- 2.2 Slot longitudinale radiante in una guida d'onda rettangolare.....30
- 2.3 Modello di una slot radiante in un array.....35
- 2.4 Modello di una slot di accoppiamento in una guida d'onda.....39
- 2.5 Calcolo della risposta in frequenza di un array planare di slot in guida d'onda.....44
 - 2.5.1 *Modello di Elliott per array di slot risonanti in guida d'onda*.....45
 - 2.5.2 *Modello di Hamadallah per array lineari di slot risonanti in guida d'onda*.....48
 - 2.5.3 *Modello esteso*.....49
 - 2.5.4 *Risultati*.....52
- Bibliografia del Capitolo 2.....61

CAPITOLO 3: Slot in strutture a microstriscia.....	63
• 3.1	Introduzione.....63
• 3.2	Strutture per microonde in tecnologia planare.....64
• 3.3	Struttura dei dispositivi a microstriscia.....70
➤ 3.3.1	<i>Propagazione nelle strutture a microstriscia.....</i> 71
➤ 3.3.2	<i>Requisiti di antenne e circuiti.....</i> 74
➤ 3.3.3	<i>Caratteristiche e struttura delle antenne in microstriscia.....</i> 75
➤ 3.3.4	<i>Tipi di alimentazione.....</i> 77
• 3.4	Il Metodo dei Momenti (MoM).....80
➤ 3.4.1	<i>Descrizione del Metodo dei Momenti.....</i> 81
➤ 3.4.2	<i>Formulazione dell'equazione integrale del campo magnetico (MFIE) per una apertura.....</i> 82
➤ 3.4.3	<i>Espansione dei campi in termini del potenziale vettore.....</i> 87
➤ 3.4.4	<i>Equazioni in caso di due o più aperture in cascata.....</i> 89
➤ 3.4.5	<i>Equazioni per aperture in pareti spesse.....</i> 91
➤ 3.4.6	<i>Calcolo della funzione di Green in guida omogenea.....</i> 95
➤ 3.4.7	<i>Considerazioni generali sul Metodo dei Momenti.....</i> 97
• 3.5	Guida a pareti magnetiche.....99
➤ 3.5.1	<i>Rappresentazione spettrale della funzione di Green per una guida a pareti magnetiche.....</i> 103
➤ 3.5.2	<i>Applicazione del Metodo dei Momenti per lo studio di due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot.....</i> 111
➤ 3.5.3	<i>Risultati.....</i> 119
➤ 3.5.4	<i>Modello circuitale per una slot di accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche.....</i> 123
➤ 3.5.5	<i>Risultati per l'impedenza di una slot di accoppiamento fra due strutture a microstriscia.....</i> 127
•	Bibliografia del Capitolo 3.....129
Conclusioni.....	131

INTRODUZIONE

Nella società attuale le antenne a microonde rivestono una grande importanza, in quanto il numero di applicazioni che ne richiedono l'uso è in continuo aumento: comunicazioni spaziali, telecomunicazioni, applicazioni satellitari, sistemi radar sono solo alcune di queste.

Le antenne a microonde più diffuse sono quelle a riflettore, che presentano una notevole efficienza ed una elevata larghezza di banda, ma che hanno il grosso limite dell'ingombro non trascurabile. Con la richiesta di prestazioni sempre più spinte, si è passati da antenne ad un solo riflettore parabolico alimentato nel fuoco a sistemi di antenne più complesse, a doppia curvatura, di tipo offset, con sub-riflettore, con superfici riflettenti dipendenti dalla polarizzazione, ecc.

In alternativa alle antenne a riflettore, si utilizzano comunemente gli allineamenti (array) di antenne, costituiti da un sistema di antenne disposte nello spazio ed alimentate in modo coerente tramite una opportuna rete di alimentazione. La disposizione degli elementi radianti nello spazio può essere la più svariata, ma di solito si dispongono le antenne in un piano secondo reticoli regolari (rettangolari o esagonali). Gli unici elementi radianti che hanno un utilizzo pratico per le applicazioni a microonde sono gli elementi stampati e le fessure (slot) in guida d'onda.

Le antenne stampate sono costituite, nella forma più semplice, da uno strato conduttore stampato sopra un substrato dielettrico a basse perdite, che a sua volta poggia su un conduttore di massa; sul conduttore superiore sono stampati sia gli elementi radianti (dipoli, elementi circolari o rettangolari, anelli), sia la rete di alimentazione. Tali strutture sono realizzate con processi fotolitografici e con tecniche di fotoincisione simili a quelle utilizzate per i circuiti a semiconduttore. Queste tecniche di fabbricazione permettono sia una semplice produzione in serie e sia una notevole riduzione di dimensioni, peso e costi rispetto ai sistemi in guida d'onda. Il basso costo di realizzazione è legato anche al grado di precisione richiesto nella realizzazione dei circuiti a microstriscia (dell'ordine del centinaio

di micron o meno, necessario per incisioni su entrambe le facce) che è meno spinto rispetto alle tecnologie dei circuiti integrati. Semplicità di realizzazione, dimensioni e peso limitati, facilità di produzione in serie, semplicità nell'inserire componenti discreti sono solo alcuni dei vantaggi propri di questo tipo di dispositivi, che ne hanno facilitato il loro sempre più vasto impiego e che giustificano il sempre maggiore interesse dedicato al loro sviluppo. Tali sistemi presentano, ovviamente, anche degli svantaggi, dovuti essenzialmente alla limitata potenza che possono trasportare, alla presenza di accoppiamenti parassiti e di perdite causate da una rete di alimentazione aperta e dal dielettrico che ne confinano l'utilizzo alla parte bassa dello spettro delle microonde [1].

Le antenne stampate a doppio substrato dielettrico, o più in generale a più substrati dielettrici, consentono di ottenere un significativo miglioramento nelle prestazioni rispetto a quelle a singolo substrato. In tali strutture l'antenna stampata e la microstrip di alimentazione sono realizzate su due substrati diversi, che hanno però il ground plane in comune, e l'accoppiamento fra le due strutture si ottiene tramite una piccola apertura (slot) nel piano di massa. In tal modo le due funzioni di irradiazione e di trasmissione guidata vengono completamente separate ed è così possibile ottimizzare entrambe le funzioni. Si può quindi utilizzare un substrato sottile, con elevata costante dielettrica, per l'alimentazione, ed un substrato spesso, con bassa costante dielettrica per il patch. Lo svantaggio più grave di questo tipo di antenne è dovuto alla loro difficoltà progettuale e costruttiva, ed inoltre saranno anch'esse soggette ai limiti comuni a tutti i dispositivi a microstriscia (perdite, potenza trasportata, ecc).

Le slot in guida d'onda trovano applicazione principalmente come strutture radianti nella realizzazione di array di antenne. Infatti gli array di slot presentano una elevata robustezza dal punto di vista meccanico, sono di spessore molto ridotto (dell'ordine di una lunghezza d'onda) rispetto ad esempio alle antenne a riflettore, ed essendo strutture piane e facilmente dispiegabili, risultano particolarmente adatti alla realizzazione di sistemi radar per applicazioni sia spaziali (SAR) che terrestri e marine. Tali array presentano inoltre una elevata efficienza rispetto alle antenne a riflettore ed a quelle stampate, ed una buona purezza di fascio, soprattutto se gli elementi radianti sono costituiti da slot

longitudinali. Infatti, le slot longitudinali comunemente usate hanno una larghezza dell'ordine di un decimo della lunghezza d'onda, e pertanto la componente cross-polare della distribuzione di apertura è molto più piccola della componente co-polare, con rapporto prossimo a quello fra larghezza della slot e lunghezza d'onda [2]. Il livello complessivo della componente cross-polare è ulteriormente abbassato dal fatto che le componenti cross-polari delle varie slot di un array non sono in fase in direzione normale all'array stesso.

Come detto in precedenza, i limiti dei dispositivi a microstriscia (perdite, potenza trasportata, ecc.) ne confinano l'utilizzo alla parte bassa dello spettro delle microonde ed impediscono pertanto a questi ultimi di sostituire del tutto i sistemi in guida d'onda, in particolare alle frequenze sopra la banda X. Al di sopra di tali frequenze, infatti, le antenne a slot, sebbene abbiano costi di fabbricazione molto superiori, vengono decisamente preferite dato che presentano una efficienza sostanzialmente pari a quella di apertura e sono sostanzialmente prive di perdite.

Il più grande svantaggio degli array di slot è dato dalla banda relativamente stretta (rispetto ad esempio alle antenne a riflettore), e ciò è dovuto al fatto che tali array sono array risonanti. Inoltre tali array presentano una elevata rigidità d'impiego, in quanto il pattern che si vuole irradiare dipende dalla posizione e dalle caratteristiche delle slot, e pertanto, una volta che l'array è stato realizzato, non è possibile modificarne il pattern.

Un importante problema relativo agli array di slot consiste nel progetto della rete di alimentazione, per il quale si rende necessaria, tra l'altro, una accurata caratterizzazione del circuito di accoppiamento che ha il compito di fornire potenza alle guide in cui sono tagliate le slot radianti. Pertanto sono di particolare interesse, oltre alle slot longitudinali (impiegate essenzialmente come elementi radianti), le slot inclinate, impiegate soprattutto come slot di accoppiamento, e che consentono di modulare (scegliendo opportunamente l'angolo di inclinazione) la potenza trasferita ad ogni guida radiante.

Si può concludere questa breve descrizione dello stato dell'arte notando che la accurata caratterizzazione della rete di alimentazione è uno dei punti chiave per ottenere allineamenti a microonde ad elevate prestazioni.

Questa tesi vuole investigare alcune delle problematiche relative agli accoppiamenti mediante slot, che sono utilizzati tipicamente nell'alimentazione degli array in guida d'onda e che caratterizzano le relativamente nuove strutture a microstriscia multistrato, sempre più utilizzate per la realizzazione di array stampati.

Nel capitolo 1 è presentata la teoria relativa agli accoppiamenti tramite apertura in generale, e viene descritto il modello teorico che descrive l'accoppiamento tramite fori in strutture guidanti (modello di Bethe [3]). Tale modello presenta alcuni problemi, e necessita di opportune correzioni. E' dunque presentato il modello di Collin, che modifica opportunamente quello di Bethe per evitare i problemi cui questo va incontro. In seguito si è focalizzata l'attenzione soprattutto su quelle problematiche poco o per niente trattate in letteratura, quali ad esempio lo studio delle slot di alimentazione per gli array planari in guida d'onda (Capitolo 2) e l'analisi delle slot di alimentazione utilizzate nelle strutture a microstriscia a doppio substrato (Capitolo 3).

Nel capitolo 2 vengono descritte le slot in guida d'onda in generale [4], ed in seguito viene data particolare rilevanza alla rete di alimentazione per gli array di slot in guida d'onda. Infine viene studiata la rete di Beam Forming per un array planare ed è illustrato un metodo diretto per l'analisi in frequenza di tali array. Sono mostrati sia i risultati ottenuti con tale metodo su vari tipi di array planari, sia il confronto con un software commerciale.

Nel capitolo 3 vengono descritte le strutture in microstriscia in generale, ed in particolare è descritta la struttura a doppio substrato con accoppiamento mediante apertura. In seguito è presentato il modello a guida a pareti magnetiche per lo studio delle microstrisce. Tale modello è poi applicato ad una struttura con due microstrip accoppiate mediante slot nel piano di massa comune ai due substrati. Il modello descritto, analizzato mediante il metodo dei momenti [5], è stato inizialmente validato mediante il software HFSS; in seguito i risultati ottenuti sono stati confrontati con il software Ensemble. Infine è stato descritto il circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due microstrisce che ci ha permesso di ottenere l'impedenza della slot di accoppiamento della struttura, e sono stati presentati alcuni risultati per tale impedenza.

Bibliografia dell'Introduzione

- [1] J. R. James and P. S. Hall “*Handbook of microstrip antennas*”, vol.1, published by Peter Peregrinus Ltd., London, UK, 1989.

- [2] T.V. Khac e C.T. Carson: “*Impedance properties of longitudinal slot antenna in the broad face of rectangular waveguide*”, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-21, 1973, pp. 708-710.

- [3] R.E. Collin, “*Field Theory of Guided Waves*”, IEEE Press, N.Y., 1991.

- [4] R.S. Elliott : “*Antenna theory and design*”, Prentice-Hall, N.Y., 1981.

- [5] T. Itoh : “*Numerical techniques for microwave & millimetre-wave passive structures*”, John Wiley & Sons, Inc., 1989.

CAPITOLO 1

ACCOPPIAMENTO TRAMITE FORI

Supponiamo di avere un foro di forma qualunque in un setto metallico all'interno di una guida d'onda (Fig. 1.1). Possiamo trattare tale foro mediante il Teorema di Equivalenza [1], che afferma che è possibile sostituire al foro delle correnti equivalenti poste sulla superficie del foro e considerare il foro metallizzato. Pertanto si può metallizzare il foro pur di mettere opportune correnti magnetiche, opposte sui due lati, in corrispondenza del foro. Il valore di queste correnti dipende dal campo elettrico presente nel foro. Se il foro è grande rispetto alla lunghezza d'onda, il campo nel foro può essere approssimato col campo che ci sarebbe in corrispondenza del foro in assenza del setto metallico, ossia il campo è dovuto ad un'onda in assenza del piano conduttore (approssimazione di Kirchoff). Tuttavia per fori di accoppiamento in strutture guidanti ciò non avviene mai, in quanto tutta la struttura guidante ha dimensioni paragonabili alla lunghezza d'onda, e di conseguenza il foro è molto piccolo (al più paragonabili alla lunghezza d'onda).

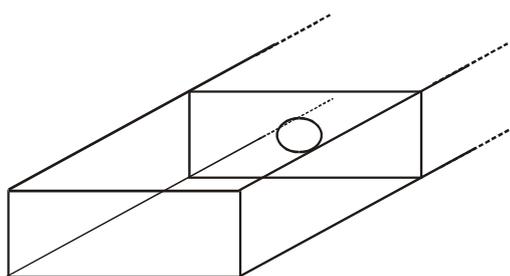


Figura 1.1: foro in un setto metallico all'interno di una guida d'onda.

Nel caso in cui il foro sia di dimensioni molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda, è possibile legare la corrente sul foro al campo elettrico di cortocircuito,

ossia al campo presente nella sezione del foro, quando il foro è completamente metallizzato. Tale approssimazione è evidentemente opposta a quella di Kirchoff. Nel caso in cui almeno una delle dimensioni del foro diventa paragonabile alla lunghezza d'onda, nessuna delle approssimazioni precedenti può essere utilizzata. Dato che la corrente presente nel foro produce un campo elettromagnetico sia alla destra che alla sinistra del foro stesso, per ottenere la corrente sul foro sarà sufficiente calcolare il campo sul foro e imporre poi la continuità del campo magnetico (il campo elettrico è automaticamente continuo).

Si dovrà quindi risolvere una equazione integrale nella corrente magnetica \underline{M} presente nel foro.

1.1 Teoria di Bethe

Se il foro è piccolo rispetto alla lunghezza d'onda, ed in esso è presente una certa distribuzione di corrente \underline{M} , si può calcolare il campo considerando al posto del foro un dipolo magnetico, ossia considerando il campo sul foro costante. Infatti, non ci interessa il valore di \underline{M} punto per punto, ma l'integrale di \underline{M} sul foro, in altri termini è come dire che sul foro \underline{M} ha sempre la stessa direzione; quello che ci interessa è la risultante delle correnti magnetiche sul foro, e tale risultante, dato che il foro è piccolo, è in pratica un unico dipolo magnetico elementare posto sul foro stesso (vedi Fig. 1.2).

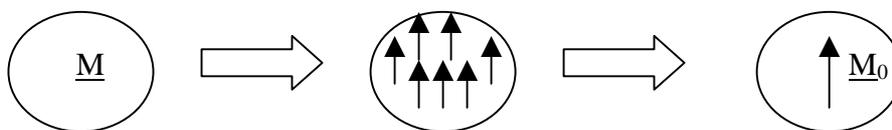


Figura 1.2: dipolo magnetico risultante equivalente alla corrente magnetica sull'apertura.

Considerare solo \underline{M}_0 come corrente sul foro non esaurisce il modello, poiché nella distribuzione di corrente \underline{M} potrebbero esserci dei termini, anche grandi, ma con risultante nulla e quindi che non contribuiscono ad \underline{M}_0 . Questo è ad esempio il caso di un anello di correnti magnetiche posto nel foro, che ha risultante nulla e

quindi non contribuisce al momento \underline{M}_0 , ma che potrebbe avere un effetto anche maggiore di quello prodotto da \underline{M}_0 .

La corrente ad anello può essere rappresentata come un dipolo elettrico ortogonale al foro, utilizzando il duale del Teorema di Ampere.

Pertanto la distribuzione di corrente magnetica nel foro \underline{M} può essere sostituita da un dipolo magnetico sul piano del foro, \underline{M}_0 , che rappresenta la risultante delle correnti magnetiche sul foro, e da un dipolo elettrico ortogonale al foro, \underline{P}_0 , che tiene conto di eventuali correnti a risultante nulla presenti nel foro (vedi Fig. 1.3).

La tecnica illustrata, prende il nome di Teoria di Bethe.

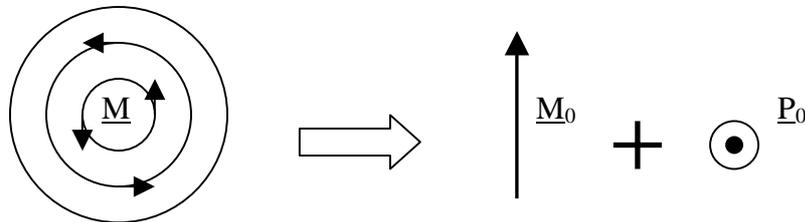


Figura 1.3: dipoli magnetico ed elettrico equivalenti alla corrente sul foro.

Ovviamente le correnti \underline{M}_0 e \underline{P}_0 saranno proporzionali rispettivamente al campo elettrico \underline{E}_0 (normale al piano del foro) ed al campo magnetico \underline{H}_0 (parallelo al piano del foro) sul foro.

Per capire intuitivamente come una piccola apertura possa essere rappresentata mediante un dipolo infinitesimo elettrico o magnetico, si consideri la (Fig. 1.4 a), che mostra il campo elettrico normale in prossimità di una parete di conduttore (il campo elettrico tangenziale è nullo in prossimità del conduttore e sul conduttore stesso) ([2], [3]). Se nel conduttore viene praticato un piccolo foro, le linee di campo del campo elettrico attraverseranno il foro stesso (vedi Fig. 1.4 b).

Nella Fig. 1.4 c sono mostrate le linee di campo elettrico prodotte da due correnti di polarizzazione elettriche infinitesime, \underline{P}_e , normali alla parete conduttrice senza apertura. Dalla somiglianza fra le due situazioni b) e c) è intuitivo dedurre che un'apertura eccitata da una corrente elettrica normale ad essa può essere rappresentata da due correnti elettriche di polarizzazione infinitesime dirette in verso opposto e normali alla parete conduttrice (considerata senza foro).

L'intensità di questa corrente di polarizzazione è proporzionale al campo elettrico normale, per cui si ha:

$$\underline{P}_e = \varepsilon_0 \alpha_e E_n \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \underline{i}_n \quad (1.1)$$

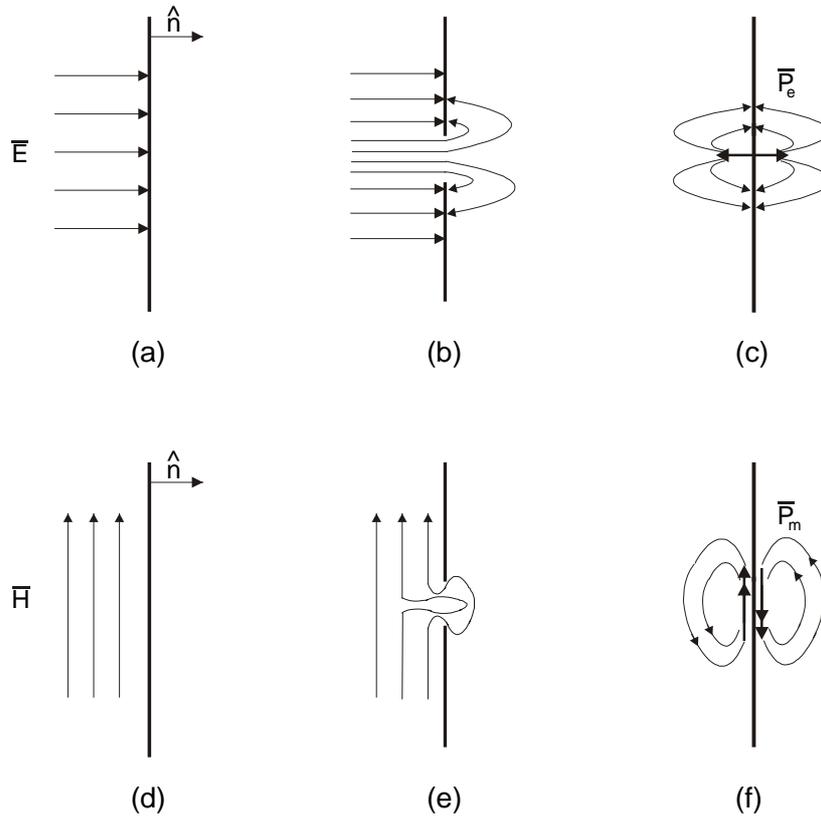


Figura 1.4: Sviluppo delle correnti di polarizzazione elettrica e magnetica in una apertura su una parete di conduttore.

a) Campo elettrico normale su una parete di conduttore.

b) Linee del campo elettrico attorno ad una apertura su una parete di conduttore.

c) Linee del campo elettrico attorno a due correnti elettriche di polarizzazione normali ad una parete di conduttore.

d) Linee del campo magnetico attorno ad una parete di conduttore.

e) Linee del campo magnetico attorno ad una apertura su una parete di conduttore.

f) Linee del campo magnetico attorno a due correnti magnetiche di polarizzazione parallele ad una parete di conduttore.

dove la costante di proporzionalità α_0 è definita “polarizzabilità elettrica” dell’apertura, ed (x_0, y_0, z_0) sono le coordinate del centro dell’apertura.

Un discorso analogo si può fare nel caso di apertura in presenza di campo magnetico. In (Fig. 1.4 e) sono mostrate le linee di campo del campo magnetico

tangenziale in prossimità di un piccolo foro (il campo magnetico normale è nullo sulla parete di conduttore). Poiché queste linee di campo sono simili a quelle prodotte da due correnti magnetiche di polarizzazione poste parallelamente alla parete conduttrice (vedi Fig. 1.4 f), l'apertura può essere sostituita da due correnti magnetiche di polarizzazione infinitesime \underline{P}_m dirette in verso opposto e parallele alla parete conduttrice. Nel caso di foro simmetrico \underline{P}_m deve essere parallelo ad \underline{H}_t e quindi:

$$\underline{P}_m = -\alpha_m H_t \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \underline{i}_t \quad (1.2)$$

dove la costante di proporzionalità α_m è definita “polarizzabilità magnetica” dell'apertura, ed (x_0, y_0, z_0) sono le coordinate del centro dell'apertura.

Le polarizzabilità elettrica e magnetica sono delle costanti che dipendono dalla forma e dalle dimensioni dell'apertura, e sono state ottenute per aperture di varie forme ([3], [4], [5]). In Tabella 1.1 sono riportati i valori delle polarizzazioni per aperture circolari e rettangolari, che sono le forme più comunemente usate.

Forma dell'apertura	α_e	α_m
<i>Foro rettangolare</i>	$\frac{2r_0^3}{3}$	$\frac{4r_0^3}{3}$
<i>Foro circolare</i>	$\frac{\pi d^2 l}{16}$	$\frac{\pi d^2 l}{16}$

Tabella 1.1: Polarizzabilità elettrica e magnetica.

Le correnti di polarizzazione elettrica, \underline{P}_e , e magnetica, \underline{P}_m , possono essere collegate rispettivamente alle sorgenti di campo elettrico \underline{J} e magnetico \underline{M} . Dalle equazioni di Maxwell si ha:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \underline{E} &= -j\omega\mu\underline{H} - \underline{M} \\
\nabla \times \underline{H} &= j\omega\varepsilon\underline{E} + \underline{J} \\
\nabla \cdot \underline{D} &= \rho \\
\nabla \cdot \underline{B} &= 0
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Essendo poi:

$$\begin{aligned}
\underline{D} &= \varepsilon_0 \underline{E} + \underline{P}_e \\
\underline{B} &= \mu_0 (\underline{H} + \underline{P}_m)
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Si ha dunque:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \underline{E} &= -j\omega\mu_0 \underline{H} - j\omega\mu_0 \underline{P}_m - \underline{M} \\
\nabla \times \underline{H} &= j\omega\varepsilon_0 \underline{E} + j\omega \underline{P}_e + \underline{J}
\end{aligned} \tag{1.5}$$

e, dato che in tali equazioni \underline{M} ha lo stesso ruolo di $j\omega\mu_0 \underline{P}_m$, e \underline{J} di $j\omega \underline{P}_e$, possiamo definire le correnti equivalenti come:

$$\begin{aligned}
\underline{J} &= j\omega \underline{P}_e \\
\underline{M} &= j\omega\mu_0 \underline{P}_m
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Note dunque le sorgenti dalle (1.6), è possibile calcolare i campi da esse prodotti mediante le espressioni standard per ottenere i campi generati da una sorgente, ossia mediante il teorema di reciprocità. Per cui avremo:

$$\begin{aligned}
A_{En}^\pm &= -\frac{1}{c_n} \int_V \underline{E}_n^\mp \cdot \underline{J} dV \\
A_{Hn}^\pm &= -\frac{1}{c_n} \int_V \underline{H}_n^\mp \cdot \underline{M} dV
\end{aligned} \tag{1.7}$$

dove A_{En}^{\pm} è l'ampiezza del campo elettrico (che viaggia rispettivamente in direzione $z+$ o $z-$) per il modo n -esimo prodotto dalla sorgente \underline{J} , A_{Hn}^{\pm} è l'ampiezza del campo magnetico (che viaggia rispettivamente in direzione $z+$ o $z-$) per il modo n -esimo prodotto dalla sorgente \underline{M} , e $c_n = 2 \int_S \underline{e}_n \times \underline{h}_n \cdot \underline{i}_z dS$.

La teoria appena esposta è approssimata dalle assunzioni fatte nella valutazione della polarizzabilità, ma fornisce in generale risultati ragionevoli per aperture che siano piccole rispetto alla lunghezza d'onda e poste lontano dai bordi e dagli angoli della guida. E' importante sottolineare che i dipoli equivalenti dati dalle (1.1) e (1.2) irradiano in presenza della parete di conduttore, e pertanto bisogna tenere conto di questo nel calcolare i campi trasmessi attraverso l'apertura. I campi immediatamente a sinistra del piano conduttore (in "ingresso" al foro) sono inoltre influenzati dalla presenza dell'apertura, e si è tenuto conto di questo effetto ponendo i dipoli equivalenti a sinistra del piano conduttore (che sono esattamente opposti a quelli presenti in "uscita", a destra del piano stesso). In questo modo, la continuità dei campi tangenti attraverso l'apertura è conservata. In entrambi i casi, si può tenere conto della presenza del piano conduttore (chiuso, ossia senza il foro) mediante il teorema delle immagini che afferma che è possibile eliminare il piano, a patto di raddoppiare l'intensità dei dipoli. Per chiarire meglio come applicare la teoria di Bethe, sono riportati due esempi di aperture poste rispettivamente nella parete trasversa e nella parete superiore di una guida d'onda.

1.2 Apertura nella parete trasversa di una guida d'onda.

Consideriamo una apertura circolare di dimensioni piccole rispetto alla lunghezza d'onda, posta al centro di una parete trasversa in una guida d'onda (vedi Fig. 1.5). Supponiamo che nella guida si propaghi solo il modo fondamentale TE_{10} , e che tale modo incida nella parete trasversa provenendo da $z < 0$. Si ha allora che, se l'apertura non ci fosse (Fig. 1.5 b), i campi stazionari nella regione $z < 0$ avrebbero l'espressione:

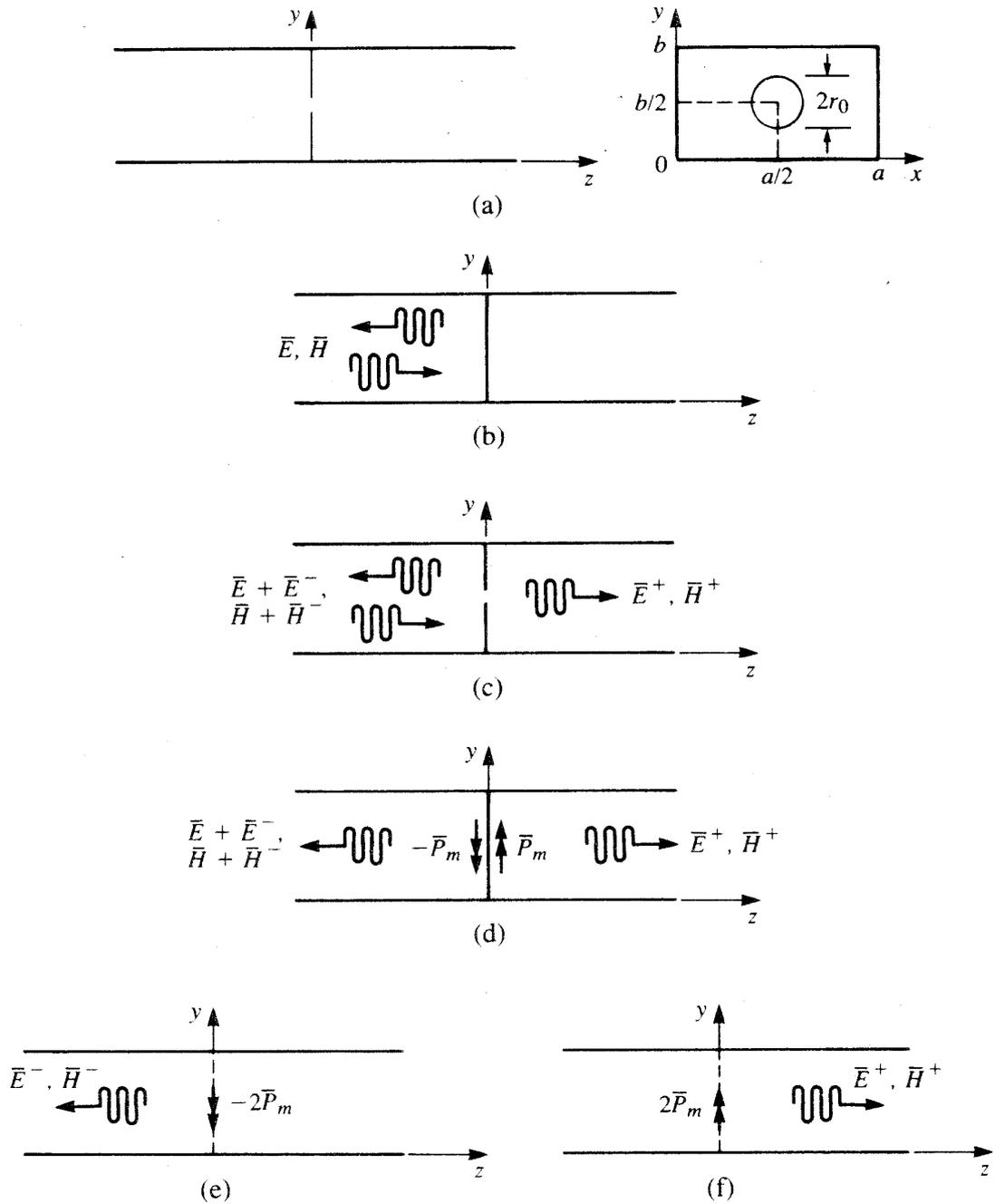


Figura 1.5: Applicazione della Teoria di Bethe ad un piccolo foro nella parete trasversa di una guida d'onda.

- (a) Geometria dell'apertura circolare nella parete trasversa.
- (b) Campi in assenza del foro.
- (c) Campi in presenza del foro.
- (d) Campi quando il foro viene sostituito dai dipoli ad esso equivalenti.
- (e) Campi irradiati dai dipoli equivalenti per $z < 0$ (la parete è stata sostituita utilizzando il teorema delle immagini).
- (f) Campi irradiati dai dipoli equivalenti per $z > 0$ (la parete è stata sostituita utilizzando il teorema delle immagini).

$$\begin{aligned}
 E_y &= A(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}) \sin \frac{\pi x}{a} \\
 H_x &= -\frac{A}{Z_{10}}(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z}) \sin \frac{\pi x}{a}
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

dove β e Z_{10} sono la costante di propagazione e l'impedenza caratteristica del modo TE_{10} . Dalle (1.1) e (1.2) è possibile determinare le correnti equivalenti di polarizzazione elettrica e magnetica dai campi in guida espressi nelle (1.8):

$$\begin{aligned}
 \underline{P}_e &= \varepsilon_0 \alpha_e E_z \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \underline{i}_z = 0 \\
 \underline{P}_m &= -\alpha_m H_x \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \underline{i}_x = \frac{2A\alpha_m}{Z_{10}} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \underline{i}_x
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

dato che $E_z=0$ per un modo TE, ed essendo la corrente equivalente di polarizzazione elettrica proporzionale alla componente del campo elettrico normale al foro (ossia proprio ad E_z). Si noti che il foro è supposto posizionato in $(x_0 = a/2; y_0 = b/2)$, ossia al centro della parete trasversa, per cui nelle 1.8 si ha che $\sin \frac{\pi x}{a} \Big|_{\text{foro}} = 1$. Se il foro fosse posto nella generica posizione (x_0, y_0) , si avrebbe un fattore $\sin(\pi x_0 / a)$.

Poichè la corrente di polarizzazione magnetica \underline{P}_m è equivalente ad una densità di corrente magnetica (1.6), si ha dunque:

$$\underline{M} = j\omega\mu_0 \underline{P}_m = \frac{2j\omega\mu_0 A\alpha_m}{Z_{10}} \delta\left(x - \frac{a}{2}\right) \delta\left(y - \frac{b}{2}\right) \delta(z) \underline{i}_x \tag{1.10}$$

I campi diffusi dall'apertura (vedi Fig. 1.5 d) sono considerati i campi prodotti dalle correnti equivalenti \underline{P}_m e $-\underline{P}_m$ poste sui due lati della parete conduttrice. Come mostrato in Fig. 1.5, si è tenuto conto del piano conduttore mediante il ricorso al teorema delle immagini, che consente di rimuovere il piano stesso, purchè si raddoppi l'intensità del dipolo. Sostituendo la (1.10) nelle (1.7), si ottengono i coefficienti delle onde trasmessa e riflessa dall'apertura:

$$\begin{aligned}
A_{10}^+ &= -\frac{1}{c_{10}} \int_V \underline{h}_{10} \cdot (2j\omega\mu_0 \underline{P}_m) dV = \frac{4jA\omega\mu_0\alpha_m}{abZ_{10}} = \frac{4jA\beta\alpha_m}{ab} \\
A_{10}^- &= -\frac{1}{c_{10}} \int_V \underline{h}_{10} \cdot (-2j\omega\mu_0 \underline{P}_m) dV = \frac{4jA\omega\mu_0\alpha_m}{abZ_{10}} = \frac{4jA\beta\alpha_m}{ab}
\end{aligned} \tag{1.11}$$

essendo $\underline{h}_{10} = -\sin(\pi x/a)/Z_{10} \underline{i}_x$ e $c_{10} = ab/Z_{10}$. Pertanto il campo totale in guida per $z < 0$ (ossia a sinistra del foro) può essere scritto come:

$$\begin{aligned}
E_y &= [Ae^{-j\beta z} (A_{10}^- - A)e^{j\beta z}] \sin \frac{\pi x}{a} \\
H_x &= \frac{1}{Z_{10}} [-Ae^{-j\beta z} (A_{10}^- - A)e^{j\beta z}] \sin \frac{\pi x}{a}
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Da tali campi è possibile ottenere le espressioni del coefficiente di riflessione e di quello trasmissione:

$$\begin{aligned}
\Gamma &= \frac{A_{10}^- - A}{A} = \frac{4j\beta\alpha_m}{ab} - 1 \\
T &= \frac{A_{10}^+}{A} = \frac{4j\beta\alpha_m}{ab}
\end{aligned} \tag{1.13}$$

essendo $Z_{10} = k_0\eta_0/\beta$. Si noti che nella precedente si ha $\Gamma > 1$, e tale risultato (fisicamente irrealizzabile per una rete passiva) è dovuto alle approssimazioni utilizzate nella teoria di Bethe. Tale teoria infatti non soddisfa il teorema di Poynting, ossia non conserva le potenze.

In molti casi questo problema può essere risolto costruendo un opportuno modello della struttura e valutandone i parametri dai risultati della teoria di Bethe: ad esempio, nel sistema appena studiato, per il modo fondamentale nella linea di trasmissione equivalente, la parete col foro equivale ad una ammettenza immaginaria pura in parallelo (tale ammettenza è immaginaria in quanto non ci sono perdite).

In tale circuito (vedi Fig. 1.6) il coefficiente di riflessione in $z=0$ vale:

$$\Gamma_B = \frac{1 - (1 + jB)}{1 + (1 + jB)} = \frac{-1}{1 + \frac{2}{jB}} \quad (1.14)$$

Dato che il foro è piccolo, l'ammettenza ad esso associata dovrà essere prossima ad un cortocircuito ($B \gg 1$), per cui:

$$\Gamma_B \cong -\left(1 - \frac{2}{jB}\right) = -1 - j\frac{2}{B} \quad (1.15)$$

Ancora una volta risulta che Γ ha modulo maggiore di 1, e ciò è dovuto allo sviluppo in serie, che non garantisce un risultato corretto. Se confrontiamo i risultati ottenuti per la linea di trasmissione equivalente (1.15) con quelli ottenuti dall'applicazione della teoria di Bethe (1.13), osserviamo che sono entrambe approssimazioni al 1° ordine rispetto ad α_m , di una formula corretta.

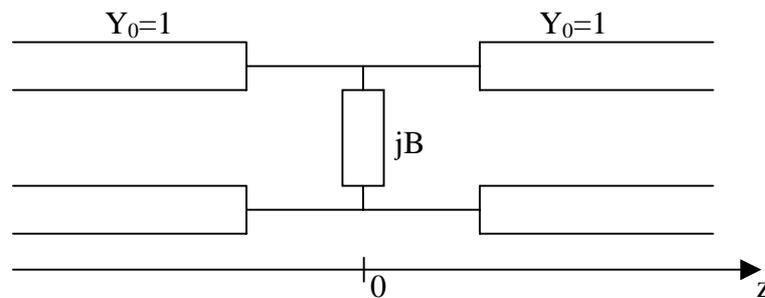


Fig.1.6: Circuito equivalente di una apertura nella parete trasversale di una guida d'onda.

Confrontando le due espressioni ottenute per Γ , si può ottenere il valore della suscettanza B , e quindi ricavare un coefficiente di riflessione corretto a partire dal risultato non approssimato nella L.T. equivalente:

$$B = -\frac{ab}{2\beta\alpha_m} \quad (1.16)$$

1.3 Apertura nella parete superiore di una guida d'onda.

Con la teoria di Bethe è possibile analizzare anche il caso di due guide d'onda parallele accoppiate mediante un foro praticato nella parete longitudinale comune ad entrambe le guide (vedi Fig. 1.7). Supponiamo che il foro non sia allineato con l'asse delle guide, ma che abbia rispetto a tale asse un certo offset x_0 . Si suppone che un modo TE incida da $z < 0$ nella guida inferiore (guida 1), e si calcoleranno i campi nella guida superiore. Il campo elettromagnetico incidente può scriversi come:

$$\begin{aligned} E_y &= V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{\pi x}{a} \\ H_x &= -\frac{V^+}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{\pi x}{a} \\ H_z &= -\frac{j\pi V^+}{\omega\mu_0 A} \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x}{a} \end{aligned} \quad (1.17)$$

che sono le espressioni dei campi in una guida rettangolare per il modo fondamentale TE_{10} . Dato che ci interessano i campi nel foro, le (1.17) andranno calcolate per $x = a/2 + x_0$; in tale punto si ha:

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi x}{a} \Big|_{\text{foro}} &= \cos \frac{\pi x_0}{a} \\ \cos \frac{\pi x}{a} \Big|_{\text{foro}} &= -\sin \frac{\pi x_0}{a} \end{aligned} \quad (1.18)$$

I campi generatori consentono di determinare il valore del dipolo elettrico, legato ad E_y , e il valore del dipolo magnetico, le cui componenti x e z saranno legate rispettivamente ad H_x ed a H_z , con espressioni simili a quelle viste in precedenza per il caso dell'apertura nella parete trasversa di una guida d'onda. Si avranno

dunque tre sorgenti (vedi Fig. 1.7), in quanto conviene considerare separatamente le due componenti del dipolo magnetico.

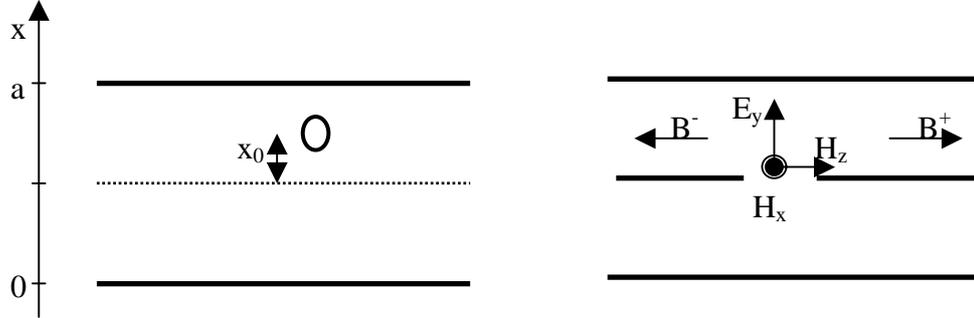


Fig.1.7: Apertura nella parete longitudinale di due guide d'onda.

Per quanto riguarda il dipolo elettrico, come si è visto precedentemente, l'ampiezza dei campi è proporzionale all'integrale del prodotto della corrente elettrica per il campo elettrico trasverso. Avremo quindi:

$$B_1^- = -\frac{Z_{10}}{2} \left[j\omega\epsilon\alpha_e V^+ \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x_0}{a} \right] \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x_0}{a} \quad (1.19)$$

dove il termine tra parentesi quadre è dovuto alla corrente elettrica calcolata nel foro, mentre l'ultimo fattore è relativo al campo elettrico trasverso calcolato nel foro. Chiaramente, nel calcolo di B^+ dovremo avere la forma del campo progressivo, e non di quello riflesso (che comunque è lo stesso), e occorre cambiare segno al fattore esponenziale (che non compare), per cui:

$$B_1^+ = B_1^-$$

Per il dipolo magnetico trasverso si ha invece:

$$\begin{aligned} B_2^- &= -\frac{1}{2} \int (-\underline{M} \cdot \underline{h}) dV = \\ &= -\frac{1}{2} (-1) \left[j\omega\mu_0 (-\alpha_m) \left(-\frac{V^+}{Z_{10}} \right) \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x_0}{a} \right] \left(-\frac{1}{Z_{10}} \right) \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x_0}{a} \end{aligned} \quad (1.20)$$

Si noti che nell'ultimo termine non compare la tensione, in quanto ci serve solo il valore della parte trasversa del campo magnetico.

Dato che per il campo magnetico le onde progressiva e riflessa sono sfasate di 180° , risulta:

$$B_2^+ = -B_2^-$$

Dunque un dipolo magnetico trasverso diffonde campi opposti nelle due guide, mentre il dipolo magnetico longitudinale ed il dipolo elettrico trasverso diffondono campi uguali. Per il dipolo magnetico longitudinale, infine:

$$B_3^- = -\frac{1}{2}(-1) \left[j\omega\mu_0(-\alpha_m) \frac{j\pi V^+}{\omega\mu_0 A} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{\pi x_0}{a} \right] \left(\frac{j\pi}{\omega\mu_0 A} \right) \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{\pi x_0}{a} \quad (1.21)$$

Anche in questo caso, come per il dipolo elettrico, otteniamo:

$$B_3^+ = B_3^-$$

Una volta determinati i tre momenti di dipolo (uguali in due casi e opposti nell'altro), possiamo annullare una delle due onde, scegliendo opportunamente i parametri del dispositivo. Si nota infatti che:

$$\begin{aligned} B_{TOT}^- &= B_1^- + B_2^- + B_3^- \\ B_{TOT}^+ &= B_1^+ + B_2^+ + B_3^+ = B_1^- - B_2^- + B_3^- \end{aligned}$$

per cui è sufficiente scegliere:

$$B_2^- = B_1^- + B_3^-$$

per ottenere onda progressiva nulla. In questo modo è possibile separare il campo progressivo da quello riflesso, e di conseguenza si possono misurare i due contributi separatamente. Si noti che, per ottenere questa condizione, occorre che:

$$\begin{aligned}
 B_1^- &= T_1 \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \\
 B_2^- &= T_2 \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \\
 B_3^- &= T_3 \sin^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.22}$$

dove T_1 , T_2 e T_3 sono costanti che dipendono solo dai parametri della struttura. Realizziamo quindi un accoppiatore direzionale quando:

$$T_1 \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) + T_3 \sin^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) = T_2 \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right)
 \tag{1.23}$$

espressione che dipende dal raggio del foro e dalla frequenza.

L'accoppiatore direzionale può essere definito come una struttura in grado di accoppiare due guide, tenendo conto però della direzione di propagazione dell'onda nella guida principale. Questo tipo di accoppiatore prende il nome di *accoppiatore di Bethe*.

1.4 Modello di Collin

Vediamo ora come è possibile correggere l'errore sulla conservazione della potenza nella Teoria di Bethe. Si è visto che in tale modello per l'accoppiamento tramite apertura non si ha conservazione della potenza. Osserviamo che, per i dipoli elettrico e magnetico, le correnti equivalenti valgono, rispettivamente:

$$\begin{aligned}
 \underline{J}_2 &= j\omega \underline{P}_e = j\omega \varepsilon \alpha_e \underline{E}_{gn} \\
 \underline{M}_2 &= j\omega \mu_0 \underline{P}_m = j\omega \mu_0 (-\alpha_m) \underline{H}_{gt}
 \end{aligned}
 \tag{1.24}$$

dove si sono indicate con \underline{J}_2 ed \underline{M}_2 le correnti prodotte nella guida superiore rispettivamente dal campo elettrico normale all'apertura \underline{E}_{gn} e da quello

magnetico tangente all'apertura \underline{H}_{gt} . Entrambe le correnti sono sfasate di 90° rispetto al campo che le ha generate, per cui la potenza associata alle sorgenti dovrebbe essere nulla, il che significherebbe che non si ha propagazione di potenza nella struttura. Dato che si deve avere propagazione di potenza, una prima correzione alla teoria di Bethe consiste nel riuscire ad ottenere delle componenti di corrente che non siano esattamente sfasate di 90° rispetto ai campi sorgenti.

La teoria di Bethe è valida nel caso in cui le due guide siano uguali, e le relazioni trovate riguardano solo il campo generatore, ossia il campo all'interno della prima guida. In questo modo, l'ampiezza dei dipoli non dipende da ciò che si ha oltre il foro: anche se la guida è molto piccola, grande o addirittura data dallo spazio libero, questa teoria introduce sempre dipoli uguali. In generale, si ottiene qualche informazione aggiuntiva sui campi nella guida superiore solo se le due strutture sono identiche, in quanto si può stabilire, conoscendo la guida di alimentazione, come è fatta la struttura oltre il foro. Per tener conto di questo, occorre considerare anche i campi nella seconda struttura come sorgenti per \underline{J} ed \underline{M} . In questo modo, con l'ausilio dei campi di reazione \underline{E}_{1r} ed \underline{E}_{2r} , è possibile generalizzare la forma dei dipoli (vedi Fig. 1.8):

$$J_{2n} = j\omega\epsilon\alpha_e(E_{gn} + E_{1rn} - E_{2rn}) \quad (1.25)$$

$$M_{2t} = j\omega\mu_0(-\alpha_m)(H_{gt} + H_{1rt} - H_{2rt})$$

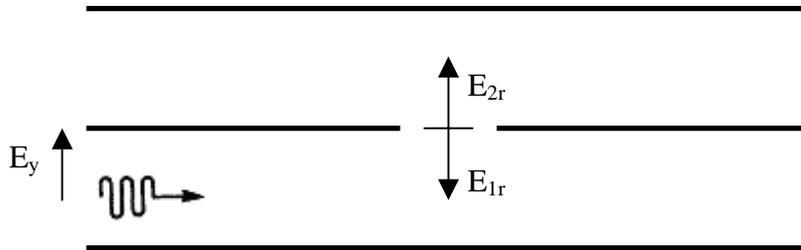


Fig.1.8: Campi di reazione nella parete longitudinale di due guide d'onda.

La (1.25) non è altro che un sistema lineare nelle ampiezze dei dipoli, contenute anche in \underline{E}_{1r} , \underline{E}_{2r} , \underline{H}_{1r} ed \underline{H}_{2r} . Questa scelta consente anche di ottenere la conservazione dell'energia: infatti nelle (1.25) compaiono il campo sotto l'apertura ($\underline{E}_{gn} + \underline{E}_{1rn}$) ed il campo sopra di essa (\underline{E}_{2rn}). Calcolando la potenza che dalla guida inferiore entra nel foro, risulta:

$$P_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_1 \cdot \underline{J}_1^* + \underline{M}_1 \cdot \underline{H}_1^* \}$$

Limitandoci alla sola parte elettrica (i calcoli sulla parte magnetica sono del tutto analoghi), si ha:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_1 \cdot \underline{J}_1^* \} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (\underline{E}_g + \underline{E}_{1r}) (-1) (-j\omega\varepsilon\alpha_e) (\underline{E}_g + \underline{E}_{1r} - \underline{E}_{2r})^* \} = \\ &= \frac{1}{2} \omega\varepsilon\alpha_e \operatorname{Re} \left\{ j |E_{gn} + E_{1rn}|^2 + (-j)(E_{gn} + E_{1rn}) E_{2rn}^* \right\} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Il primo termine tra parentesi graffe è nullo, in quanto si richiede la parte reale di una quantità immaginaria pura. Inoltre, si osservi che:

$$\underline{J}_1 = -\underline{J}_2$$

Analogamente, la potenza nella seconda guida è pari à:

$$P_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_2 \cdot \underline{J}_2^* + \underline{M}_2 \cdot \underline{H}_2^* \}$$

e la sola componente elettrica vale:

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{E}_2 \cdot \underline{J}_2^* \} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (\underline{E}_{2r}) (-j\omega\varepsilon\alpha_e) (\underline{E}_g + \underline{E}_{1r} - \underline{E}_{2r})^* \} = \\ &= \frac{1}{2} \omega\varepsilon\alpha_e \operatorname{Re} \left\{ -j |E_{2rn}|^2 + (-j) E_{2rn} (E_{gn} + E_{1rn})^* \right\} \end{aligned}$$

Consideriamo la potenza assorbita P_1 e quella fornita dalle sorgenti P_2 :

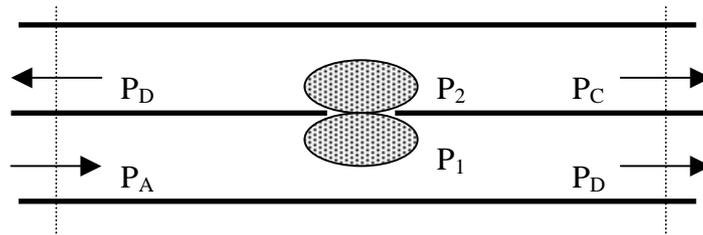


Fig. 1.9: Bilancio di potenza in due guide accoppiate tramite apertura.

Come mostrato in figura 1.9, si ha:

$$P_A = P_B + P_C + P_D$$

Dato che P_1 è la potenza che il campo fornisce alle sorgenti, essendo ricavato dal primo membro del teorema di Poynting, avremo:

$$P_A = P_B + P_1$$

Analogamente, P_2 è potenza uscente, per cui:

$$P_C + P_D + P_2 = 0$$

Quindi si deve avere

$$P_A = P_B + P_C + P_D + P_1 + P_2$$

Da cui si ottiene

$$P_1 + P_2 = 0$$

che deve essere verificata affinché si abbia conservazione di potenza (si noti che P_1 e P_2 sono quantità immaginarie coniugate, e quindi sono opposte). Per i calcoli svolti non è necessario conoscere tutto il campo, ma soltanto la componente di reazione in fase con le correnti, in quanto eventuali termini in quadratura non contribuiscono al bilancio di potenza (*teoria di Bethe-Collin*). Quindi, ad esempio,

per una guida utilizzeremo solo i modi che si propagano, mentre per una cavità solo i modi che risuonano.

Consideriamo nuovamente la struttura con un foro nella parete trasversa (Fig. 1.10). In tal caso si ha solo una componente del dipolo magnetico, e la sorgente dei campi è legata a tale dipolo dalla relazione:

$$V_D^+ = V_D^- = -2M_0 \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \quad (1.27)$$

Lo stesso problema può essere studiato con la teoria di Bethe-Collin considerando il campo generatore:

$$H_{gt} = -\frac{V^+}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \quad (1.28)$$

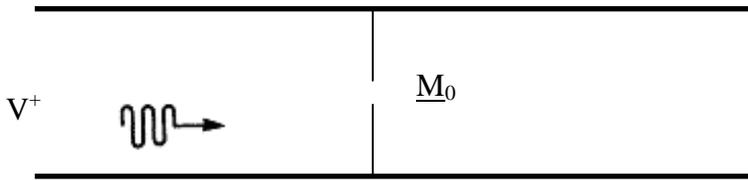


Fig.1.10: Campi di reazione nella parete trasversa di una guida d'onda.

A tale campo vanno sommati i campi di reazione, in quanto occorre considerare il solo modo fondamentale, che è l'unico che trasporta potenza:

$$H_{1r} = V_D^- (-1) \left[-\frac{1}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right] \quad (1.29)$$

$$H_{2r} = -V_D^+ \left[\frac{1}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right]$$

Risulta quindi che:

$$\begin{aligned}
M_0 &= -j\omega\mu\alpha_m [H_{gt} + H_{1rt} - H_{2rt}] = \\
&= -j\omega\mu\alpha_m \left[-\frac{V^+}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) + \frac{2V_D^-}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right] = \\
&= -j\omega\mu\alpha_m \frac{1}{Z_{10}} (-V^+ + 2V_D^-) \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) = \\
&= -j\omega\mu\alpha_m \frac{1}{Z_{10}} \left[-V^+ - 4M_0 \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right] \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right)
\end{aligned} \tag{1.30}$$

Otteniamo una equazione lineare in M_0 , la cui soluzione è:

$$M_0 = \frac{\frac{j\omega\mu\alpha_m}{Z_{10}} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) V^+}{\left[1 - 4 \frac{j\omega\mu\alpha_m}{Z_{10}} \frac{2}{ab} \sin^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right]} \tag{1.31}$$

Si noti che, considerando lo sviluppo del primo ordine in α_m , si ottiene lo stesso risultato della teoria di Bethe, che non è altro quindi che uno sviluppo al primo ordine dei dipoli.

Questo tipo di approccio è molto più comodo per sistemi più complessi di quello appena visto, rispetto ad eventuali correzioni della teoria di Bethe. Nel termine tra parentesi quadre dell'equazione lineare in M_0 , si è tenuto conto di strutture diverse ma con uguale costante dielettrica, come supposto nella relazione

$$\underline{J}_1 = -\underline{J}_2$$

ricavata mediante il duale del teorema di Ampere applicato alla struttura di Fig. 1.11 a. Se le costanti dielettriche fossero diverse, la relazione da utilizzare sarebbe:

$$\frac{\underline{J}_1}{\varepsilon_1} = -\frac{\underline{J}_2}{\varepsilon_2}$$

in quanto il dipolo elettrico è dato da ε moltiplicato per la spira di corrente

magnetica. Inoltre, per verificare la condizione di continuità sulla dissipazione della potenza occorre effettuare ulteriori correzioni inserendo un certo numero di costanti dielettriche. Inoltre, le pareti della struttura sono state considerate infinitamente sottili, mentre in realtà hanno uno spessore di almeno qualche decimo di millimetro (vedi Fig. 1.11 b). In questo caso, quindi, è necessario applicare la teoria di Bethe-Collin ad entrambe le estremità dell'apertura, notando che ora il foro non è piccolo rispetto alla guida che si genera tra le sue pareti; se comunque tale foro è piccolo rispetto alla lunghezza d'onda, l'accoppiamento si riduce in modo sostanziale in quanto tutti i modi nella guida del foro sono in cut-off e la potenza si attenua notevolmente nel passare da una parte all'altra. Quindi, una parete composta da un numero elevato di piccoli fori si comporta come una parete chiusa.

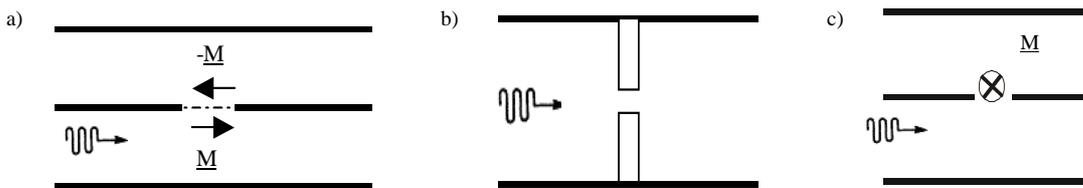


Fig.1.11: a) Correnti magnetiche ai due lati di un foro nella parete longitudinale fra due guida d'onda.
 b) Pareti del foro con spessore (caso reale)
 c) Campo di reazione del foro in una parete laterale di una guida d'onda

L'ultimo caso da considerare è la discontinuità del campo di reazione del foro in una parete laterale di una guida d'onda (vedi Fig. 1.11 c). In questo caso il dipolo elettrico e quello magnetico longitudinale producono lo stesso campo da destra e da sinistra, mentre il dipolo magnetico trasverso dà luogo a campi opposti e pertanto nel complesso i campi di reazione nel foro sono discontinui. Inoltre il dipolo magnetico produce un campo elettrico che è opposto a sinistra e a destra del foro, ed è quindi discontinuo, ma produce un campo magnetico continuo. In questo modo è possibile ridurre i vari termini di reazione e semplificare il problema, poiché si ha un sistema di tre equazioni in tre incognite, in cui alcuni termini sono nulli in funzione dei corrispondenti campi di reazione. Si noti che se

il campo è continuo si considererà come campo di reazione quello al centro del foro, dove si trova effettivamente il dipolo, mentre se il campo è discontinuo si considererà la media dei campi dalle due parti della struttura; se il dipolo produce quindi campi opposti a sinistra ed a destra del foro, esso non deve essere incluso come campo di reazione.

Bibliografia del Capitolo 1

- [1] G. Franceschetti: “*Campi Elettromagnetici*”, Bollati-Boringhieri, Torino, 1988.

- [2] D. M. Pozar, “*Microwave Engineering*”, Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

- [3] R.E. Collin, “*Field Theory of Guided Waves*”, IEEE Press, N.Y., 1991.

- [4] C. G. Montgomery, R.H. Dycke and E. M. Purcell, “*Principles of Microwave Circuits*”, vol. 8 of MTT Rad. Lab. Series, McGraw-Hill, N.Y., 1948.

- [5] G. Mattahei, L. Young and E. M. T. Jones, “*Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*”, Chapter 5. Artech House, Dedham, Mass., 1980.

CAPITOLO 2

SLOT IN GUIDA D'ONDA

2.1 Introduzione

Le antenne a slot sono state usate come antenne a microonde da più di 50 anni [1] e sono tuttora una scelta molto comune per sistemi di antenne ad elevate prestazioni, specialmente nella parte alta dello spettro delle microonde. Tali antenne, nonostante siano più costose delle antenne a riflettore, e soprattutto delle antenne stampate vengono comunque decisamente preferite a queste ultime grazie alle basse perdite e ad una efficienza di irradiazione che è sostanzialmente pari a quella di apertura.

In particolare, la loro bassa dissipazione di potenza ed elevata efficienza ne suggeriscono l'utilizzo nella banda K e oltre, dove l'efficienza di un array stampato è di solito inferiore. Gli array di slot hanno dimensioni ridotte rispetto alle antenne a riflettore, e prossime a quelle degli array stampati (che sono comunque più sottili) e sono facilmente ripiegabili per applicazioni spaziali. Il loro più grande svantaggio è la banda utilizzabile relativamente ristretta (perlomeno se comparata con quella delle antenne a riflettore), e ciò comporta una accurata valutazione della risposta in frequenza durante la fase di progetto.

Esistono vari tipi di slot radiante [2] che si basano tutti sul fatto che una apertura che tagli le linee di corrente in una guida d'onda è sede di un campo elettrico tangenziale e quindi irradia. Il tipo di antenna a slot più diffuso, sia perché è semplice da realizzare e sia perché presenta una bassa componente cross-polare [3], è l'antenna a slot longitudinale (vedi Fig. 2.1). Un array di slot è costituito da una serie di slot equispaziate tagliate nella medesima guida d'onda, le quali sono coerentemente alimentate da un campo incidente TE_{10} [4].

Oltre alle slot longitudinali anche le slot inclinate possono essere utilizzate come elementi radianti (vedi Fig. 2.4); tuttavia, esse sono particolarmente adatte per la

realizzazione di accoppiatori (vedi fig. 2.5) utilizzabili come strutture di alimentazione per array di slot longitudinali [4].

2.2 Slot longitudinale radiante in una guida d'onda rettangolare.

Consideriamo una slot longitudinale tagliata nella parete larga di una guida d'onda rettangolare (Fig. 2.1). Siano $2l$ la lunghezza complessiva della slot, w la sua larghezza ed x_0 l'offset della slot rispetto all'asse della guida.

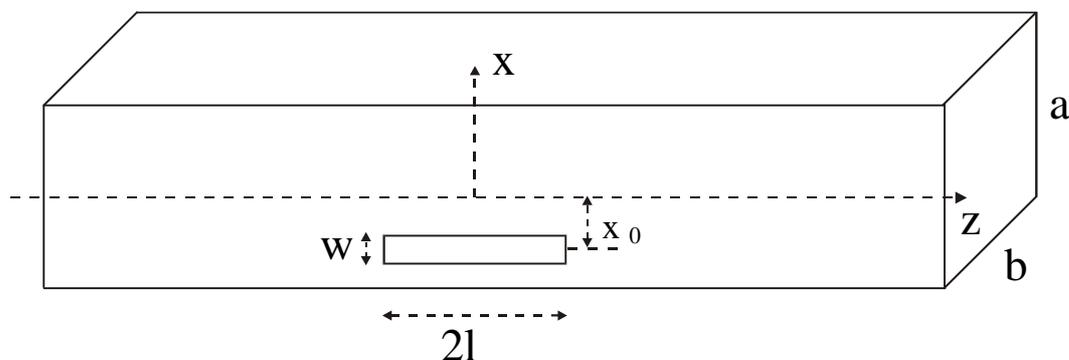


Fig. 2.1: Geometria di una slot longitudinale in guida.

Supponiamo che la guida sia indefinita e che in essa si propaghi il solo modo fondamentale TE_{10} (ossia che la frequenza sia sufficientemente bassa da lasciare in cut-off i modi superiori). Il campo elettromagnetico che si propaga in guida può scriversi come:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= V(z)\underline{e} \\ \underline{H} &= I(z)\underline{h} + G_{10}V(z)h_z\underline{i}_z \end{aligned} \quad (2.1)$$

dove $V(z)$ ed $I(z)$ sono tensione e corrente sulla linea di trasmissione equivalente al TE_{10} ed

$$\begin{aligned}
 \underline{e} &= -\sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x}{a} \underline{i}_y \\
 \underline{h} &= \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{\pi x}{a} \underline{i}_x \\
 h_z &= -\frac{\pi}{j\beta_{10}a} \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{\pi x}{a}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

sono le funzioni normalizzate di modo. La normalizzazione è scelta in modo che la potenza all'ascissa z sia $P(z) = 1/2V(z)I(z)^*$. Supponiamo che sulla slot incida un campo da $z=-\infty$.

$$\begin{aligned}
 V(z) &= Ae^{-j\beta_{10}z} \\
 I(z) &= G_{10}V(z)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Questo campo viene in parte diffuso dalla slot, ed in parte irradiato nello spazio al di sopra di essa. Ricorrendo al teorema di equivalenza possiamo collegare i campi prodotti dalla slot alla sola corrente magnetica equivalente superficiale \underline{M}_s posta sull'apertura, legata al campo elettrico tangenziale sulla slot da :

$$\underline{M}_s = \underline{i}_n \times \underline{E}_{\text{tan}}$$

dove \underline{i}_n è la normale esterna ed $\underline{E}_{\text{tan}}$ è il campo elettrico tangente sulla slot. Poiché il problema è lineare, sia $\underline{E}_{\text{tan}}$ sia \underline{M}_s sono proporzionali ad A , ampiezza dell'eccitazione, e inoltre i campi prodotti dalla slot dipendono linearmente da \underline{M}_s . La slot può quindi essere descritta mediante una matrice di scattering che dipende solo dalla lunghezza $2l$, dall'offset x della slot e dalla larghezza w della slot (ma tale parametro è fissato una volta per tutte).

Un tratto di guida, sufficientemente lungo da poter trascurare alle estremità i modi generati dalla slot, e centrato sulla slot stessa, equivale a una linea di trasmissione di parametri $\beta_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$ e $G_{10} = \beta_{10} / \omega\mu_0$, con un doppio bipolo al suo centro. Per caratterizzare il bipolo possiamo assumere che \underline{M}_s sia diretta lungo la slot, trascurando la componente traversa alla slot stessa (ciò è lecito, se $w \ll 1$); quindi all'esterno della guida equivalente alla strip di alimentazione avremo:

$$\underline{M}_s = \frac{V^s}{w} \zeta(x) \underline{i}_x \quad (2.4)$$

dove $\zeta(x)$ è una funzione di forma, che dipende dalla lunghezza della slot $2l$ e dall'offset x . All'interno della guida la corrente sarà l'opposto di quella data da (2.4). Il campo TE_{10} diffuso dalla slot sarà

$$\begin{aligned} V_s(z) &= B e^{-j\beta_{10}z} & I_s(z) &= -G_{10} B e^{-j\beta_{10}z} & z > 0 \\ V_s(z) &= C e^{j\beta_{10}z} & I_s(z) &= G_{10} C e^{j\beta_{10}z} & z < 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

e le relative ampiezze B e C si ottengono applicando il teorema di reciprocità [5] fra il campo diffuso (2.5) ed un campo, incidente o riflesso, di ampiezza unitaria [6].

I risultati che si ottengono sono (ricordando che \underline{e} ed \underline{h} sono normalizzate sulla sezione):

$$\begin{aligned} -2G_{10}B &= -\iint_{Slot} G_{10} \underline{H}^+ \cdot (-\underline{M}_s) dS = -\iint_{Slot} G_{10} [(\underline{h} + h_z \underline{i}_z) e^{-j\beta_{10}z}] \cdot (-\underline{M}_s) dS \\ -2G_{10}C &= -\iint_{Slot} G_{10} \underline{H}^- \cdot (-\underline{M}_s) dS = -\iint_{Slot} G_{10} [(-\underline{h} + h_z \underline{i}_z) e^{j\beta_{10}z}] \cdot (-\underline{M}_s) dS \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sostituendo l'espressione della corrente magnetica equivalente alla slot, data da (2.4), nella (2.6) si ottiene, utilizzando il teorema della media :

$$\begin{aligned} B &= -\frac{V^s}{2} h_x(\tilde{x}) \int_{-l}^l \zeta(\xi) e^{-j\beta_{10}\xi} d\xi \\ C &= -\frac{V^s}{2} h_x(\tilde{x}) \int_{-l}^l \zeta(\xi) e^{j\beta_{10}\xi} d\xi \end{aligned} \quad (2.7)$$

Se la lunghezza della slot è prossima a $\lambda/2$ si può assumere simmetrica la funzione di forma $\zeta(z)$ [6]. In tal caso $B=C$ ed il doppio bipolo si riduce ad una ammettenza in parallelo $Y=Y(l,x)$, detta auto-ammettenza della slot, ed il circuito equivalente è quello di Fig. 2.2.

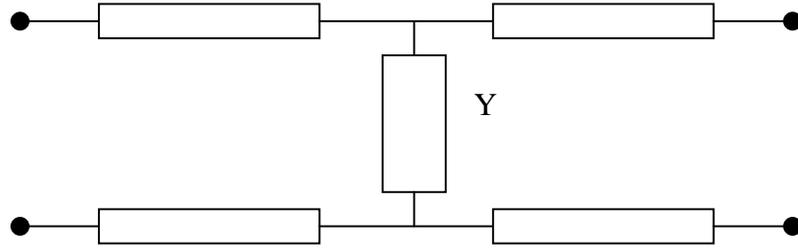


Figura 2.2 : circuito equivalente di una slot singola.

Il campo diffuso diviene così :

$$B = C = j \frac{\pi}{a\beta_{10}} \sqrt{\frac{2}{(ka)(kb)}} f(l) \sin \frac{\pi x}{a} V^S = -\frac{1}{2} K_1 \left[f(l) \sin \frac{\pi x}{a} \right] V^S = -\frac{1}{2} K_1 f_n V_n^S \quad (2.8)$$

in cui $K_1 = 2\lambda / (j\beta_{10} a) \sqrt{2 / (k^2 ab)}$ ed $f(l)$ è un fattore geometrico che dipende dalle dimensioni della slot e dal suo offset:

$$f(l) = -k \int_0^l \zeta(\xi) \cos \beta_{10} \xi d\xi \quad (2.9)$$

Le relazioni precedenti coinvolgono onde viaggianti in guida. Risulta però più utile, specie per array risonanti, collegare tensioni di slot ed ammettenze alla tensione di modo (ossia all'ampiezza del campo elettrico del TE_{10}) al centro della slot.

Per fare questo calcoliamo l'onda riflessa dalla slot direttamente dalla Fig. 2.2; l'ampiezza dell'onda riflessa vale:

$$B = \Gamma A$$

dove il coefficiente di riflessione Γ è dato da :

$$\Gamma = \frac{1 - \left(\frac{Y}{G_{10}} + 1 \right)}{1 + \left(\frac{Y}{G_{10}} + 1 \right)} = \frac{\frac{Y}{G_{10}}}{2 + \frac{Y}{G_{10}}} \quad (2.10)$$

Applicando il teorema di equivalenza e la sovrapposizione degli effetti si ha che il campo riflesso è la somma di quello riflesso quando la corrente magnetica della

slot è nulla (e tale contributo è zero, in quanto in questo caso c'è solo l'onda progressiva dovuta al campo incidente) e di quello diffuso dalla corrente magnetica, dato dalla (2.8).

Poiché la tensione di modo al centro della slot vale :

$$V(0) = A + B = \frac{1+\Gamma}{\Gamma} B \quad (2.11)$$

dove $V(0)$ è la tensione di modo al centro della slot, si ha, dalla (2.10):

$$B = -\frac{1}{2} \frac{Y}{G_{10}} V(0) \quad (2.12)$$

La (2.12) consente di sostituire B con la tensione di modo nella (2.8), ottenendo:

$$V^s = \frac{1}{K_1 f(l) \sin \frac{\pi \tilde{x}}{a}} \frac{Y}{G_{10}} V(0) \quad (2.13)$$

Una slot è dunque caratterizzata completamente dalla funzione $\zeta(z)$ (e quindi dalla geometria e posizione della slot stessa) e dal valore di Y.

Ricordando che :

$$V(0) = (1+\Gamma)A = \frac{2}{2+Y} A$$

dalla (2.13) si ottiene anche la relazione fra l'eccitazione della slot ed il campo incidente :

$$V^s = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} A$$

Per simmetria anche un campo incidente di ampiezza D proveniente da $+\infty$ produce la stessa eccitazione e si ottiene così il risultato generale :

$$V^s = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} (A + D) \quad (2.14)$$

2.3 Modello di una slot radiante in un array.

Si consideri un array lineare di N slot, ciascuna caratterizzata da un certo offset x_n e da una lunghezza $2l$, e sia d la spaziatura fra le slot (si noti che per un array risonante $d=\lambda_g/2$ alla frequenza di progetto). Per evitare una interazione diversa tra la guida d'onda e l'ultima slot, la guida deve proseguire oltre l'ultima slot, dando luogo ad un carico di ammettenza, riportata alla posizione dell'ultima slot, Y_c (per un array risonante, tale carico è un corto circuito posto $\lambda_g/4$ oltre l'ultima slot). Si ha pertanto il circuito equivalente di Fig. 2.3, in cui le ammettenze sono quelle attive, ossia le ammettenze che la linea vede quando tutte le slot sono alimentate. Infatti l'accoppiamento elettromagnetico esterno modifica il campo diffuso dalle slot e, di conseguenza, ne varia la loro ammettenza.

L'equazione (2.13), che esprime la tensione sulla slot n -esima in funzione della tensione di modo al centro della slot stessa, può essere direttamente generalizzata includendo le ammettenze attive al posto delle autoammettenze, ottenendo la *1^a equazione di progetto* :

$$\frac{Y_n^A}{G_{10}} = K_1 f_n \frac{V_n^S}{V_n} \quad (2.15)$$

dove $f_n = f(l, x_n) \sin \pi x_n / a$, e V_n è la tensione di modo al centro della slot n -esima.

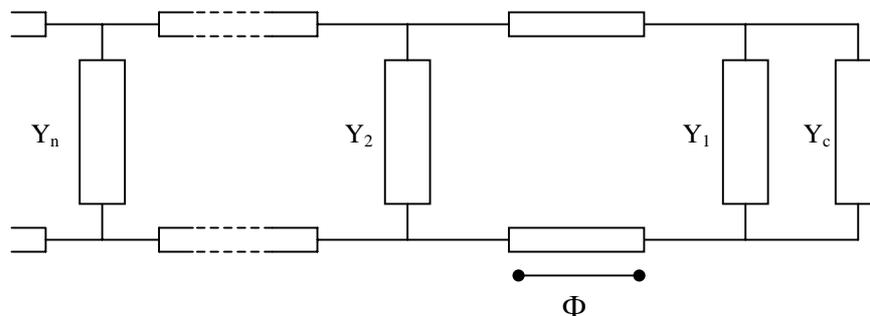


Fig. 2.3: Circuito equivalente di un array lineare.

Tale relazione (2.15) non è comunque sufficiente a caratterizzare l'array, in quanto occorre una relazione che coinvolga l'accoppiamento fra le slot. Procederemo allora in maniera analoga a quanto fatto per ottenere la prima equazione di progetto; si utilizzerà quindi il teorema di equivalenza, insieme al principio di sovrapposizione degli effetti, per calcolare il campo riflesso da una slot in presenza delle altre $N-1$ slot. Si otterrà così per confronto una nuova espressione per l'ammettenza attiva.

Applicando il teorema di equivalenza al volume composto dallo spazio sopra l'array e dall'interno della guida d'onda fra $-d/2$ e $d/2$ (con l'origine al centro della slot), si possono identificare tre contributi a V_n^S , che possiamo considerare separatamente, le cui sorgenti sono :

- 1) Le correnti magnetiche equivalenti al modo TE_{10} sulle due sezioni terminali a $\pm d/2$.
- 2) Le correnti magnetiche equivalenti alle altre slot, esclusa la n -esima
- 3) Le correnti magnetiche equivalenti ai modi superiori alle due sezioni terminali.

Il terzo contributo può spesso essere trascurato, o calcolato per altra via (vedi [7]), e quindi non verrà qui discusso. Pertanto si ha :

$$V_n^S = V_{n,1}^S + V_{n,2}^S \quad (2.16)$$

Il primo contributo a V_n^S è dato dalla (2.14), che fornisce la tensione di slot dovuta al campo incidente :

$$V_{n,1}^S = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} (A + D) \quad (2.17)$$

Il secondo termine $V_{n,2}^S$ è la somma di $N-1$ contributi, uno per ogni slot dell'array. Possiamo quindi valutare quello relativo all'interazione fra la slot n -esima e la slot m -esima e poi sommare su m . Per fare questo calcoliamo il campo diffuso nella guida per effetto della corrente equivalente alla slot m -esima, e da questo campo, tramite la (2.8) (che resta inalterata), la tensione sulla slot n -esima. Applichiamo il

teorema di reciprocità [8] al volume esterno ed alla guida da $z=-d/2$ a $z=+\infty$. Le sorgenti sono :

- a) La sorgente magnetica \underline{M}_m equivalente alla slot m
- b) Un campo TE_{10} incidente con ampiezza A^b

Nel caso a) la \underline{M}_m produce un campo TE_{10} in guida dato dalla (2.5); quindi il teorema di reciprocità dà come risultato la seguente :

$$-2G_{10}B^aA^b = - \int_{SLOT_m} \underline{H}_{ext}^b \underline{M}_m^a dS \quad (2.18)$$

dove l'integrale è esteso alla superficie della slot m-esima, \underline{H}_{ext}^b è il campo magnetico, all'esterno della guida, dovuto ad un TE_{10} incidente di ampiezza unitaria, in assenza delle altre slot e B^a è l'ampiezza incognita del campo diffuso. Tale campo può essere calcolato come il campo prodotto da una corrente magnetica, equivalente alla slot n e data ancora dalla (2.4); l'ampiezza di tale campo vale (vedi (2.14)):

$$V_n^{S,b} = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} A^b \quad (2.19)$$

Essendo inoltre \underline{M}_m^a la corrente "vera" equivalente sulla slot m, essa è esprimibile ancora mediante la (2.4), ma utilizzando V_m^S totale come tensione di slot. Usando la (2.8) per legare $V_n^{S,a}$ a B^a si ha :

$$V_{n,2}^S = - \frac{1}{K_1 f_n} \frac{1}{G_{10}} \int_{SLOT_m} \frac{1}{A^b} (\underline{H}_{ext}^b \cdot \underline{M}_s^a) dS' \quad (2.20)$$

Il campo \underline{H}_{ext}^b è proporzionale a $V_n^{S,b}$ dato dalla (2.19) e quindi la (2.20) può risciversi :

$$V_{n,2}^S = -\frac{2}{(K_1 f_n)^2} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} \frac{1}{G_{10}} \int_{SLOT_m} \left(\frac{H_{ext}^b}{V_{n,1}^S} \cdot \frac{M_s}{V_m^S} \right) dS V_m^S \quad (2.21)$$

Possiamo ora definire un coefficiente adimensionale di accoppiamento fra le slot m ed n che dipende solo dalla geometria e dalla posizione reciproca delle slot, ed è ovviamente simmetrico rispetto allo scambio $m \leftrightarrow n$:

$$g_{nm} = \frac{2\pi j \omega \mu_0}{K_0} \int_{Patch_m} \left(\frac{H_{ext}^b}{V_{n,1}^S} \cdot \frac{M_s}{V_m^S} \right) dS \quad (2.22)$$

Usando g_{nm} la (2.20) diventa :

$$V_{n,2}^S = -\frac{j}{f_n^2} \left(\frac{ka}{2\pi} \right)^3 (\beta_{10} b) \frac{k_0}{k} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} g_{nm} V_m^S \quad (2.23)$$

Sommando su m e sostituendo nella (2.16) si ottiene :

$$V_n^S = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} (A + D) - \frac{j}{f_n^2} \alpha \frac{Y_n / G_{10}}{2 + Y_n / G_{10}} \sum_{m \neq n} g_{nm} V_m^S \quad (2.24)$$

dove si è posto $\alpha = \left(\frac{ka}{2\pi} \right)^3 (\beta_{10} b) \frac{k_0}{k}$.

La (5.17) resta anch'essa valida, purché espressa in termini di ammettenze attive:

$$V_n^S = \frac{2}{K_1 f_n} \frac{Y_n^A / G_{10}}{2 + Y_n^A / G_{10}} (A + D) \quad (2.25)$$

Risolviendo per $(A+D)$ e sostituendo in (2.24) si ottiene la *seconda equazione di progetto* :

$$\frac{Y_n^A}{G_{10}} = \frac{2f_n^2}{\frac{2f_n^2}{Y_n / G_{10}} + j\alpha \sum_{m \neq n} g_{nm} \frac{V_m^S}{V_n^S}} \quad (2.26)$$

2.4 Modello di una slot di accoppiamento in una guida d'onda.

La connessione fra la guida di alimentazione e quelle radianti avviene in genere tramite slot di accoppiamento, o, in casi particolari, mediante fori passanti. Tuttavia ci limiteremo all'accoppiamento con slot inclinate, essendo queste ultime molto più diffuse. Gli accoppiatori in guida d'onda che utilizzano slot inclinate sono largamente utilizzati negli array di slot per fornire potenza alle guide in cui sono posizionate le slot radianti e trovano applicazione in tutti quei casi in cui si richiede l'uso di due guide accoppiate e tra loro ortogonali. L'accoppiamento può essere modulato opportunamente agendo sull'angolo θ (vedi figura 2.4).

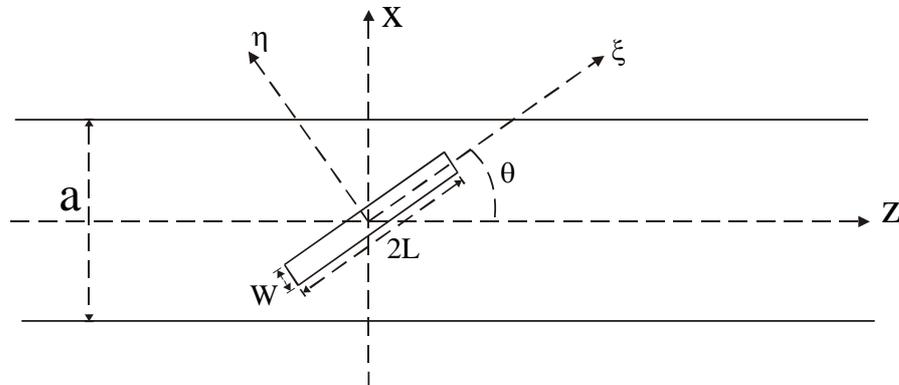


Fig. 2.4: Slot inclinata in una guida d'onda rettangolare.

Consideriamo dunque una slot inclinata che accoppia due guide non necessariamente uguali (vedi figura 2.5). Tale struttura è completamente caratterizzata dalla sua matrice di scattering. La matrice \underline{S} di questo accoppiatore è simmetrica per reciprocità ed è inoltre invariante se le due sostituzioni $1 \leftrightarrow 2$ e $3 \leftrightarrow 4$ sono fatte contemporaneamente. Conseguenza di ciò è l'uguaglianza fra varie coppie di elementi che riducono la matrice di scattering nella forma:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} r & p & q_1 & q_2 \\ p & r & q_2 & q_1 \\ q_1 & q_2 & r & p \\ q_2 & q_1 & p & r \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

La matrice (2.27) dipende quindi da 6 elementi, tra i quali vi sono le relazioni legate alla unitarietà della matrice \underline{S} .

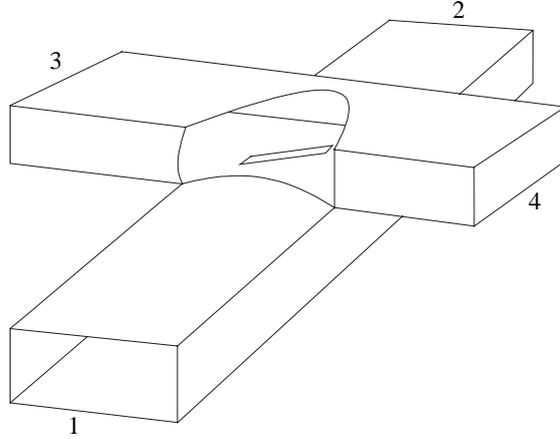


Fig. 2.5: Accoppiatore a slot inclinata.

Vediamo come esprimere i coefficienti di scattering nei due lati della stessa guida rispetto alle correnti magnetiche equivalenti nelle due guide \underline{M}_A ed \underline{M}_R . Il campo magnetico del modo TE_{10} (con origine al centro) vale:

$$e^{\mp j\beta z} \left[\pm \cos\left(\frac{\pi z}{a}\right) \underline{i}_x + T \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \underline{i}_y \right] \quad (2.28)$$

In analogia a quanto fatto per l'analisi di una slot radiante in guida d'onda, se le slot di accoppiamento sono sottili, si può assumere che le correnti magnetiche siano allineate con le slot, e che tali correnti siano simmetriche rispetto al centro delle slot. Pertanto le correnti magnetiche \underline{M}_A ed \underline{M}_R saranno del tipo:

$$f(\xi) [\sin \vartheta \underline{i}_x + \cos \vartheta \underline{i}_z] \quad (2.29)$$

con $x = \xi \sin \vartheta$, $z = \xi \cos \vartheta$. Le due onde diffuse sono allora proporzionali a:

$$\int f(\xi) e^{\mp j\beta \cos \vartheta \xi} \left[\pm \cos \frac{\pi \sin \vartheta \xi}{a} \sin \vartheta + T \sin \frac{\pi \sin \vartheta \xi}{a} \cos \vartheta \right] d\xi \quad (2.30)$$

Se le correnti sono simmetriche, allora $f(\xi)$ è pari e l'integrale si riduce a:

$$\int f(\xi) \left[\cos(\beta\xi) \cos \frac{\pi \sin \theta \xi}{a} \sin \theta + j \sin(\beta \cos \theta \xi) T \sin \frac{\pi \sin \theta \xi}{a} \cos \theta \right] d\xi \quad (2.31)$$

ed è pertanto opposto per le due onde diffuse.

Si ha quindi (essendo l'onda diffusa in avanti proporzionale a -1):

$$\begin{aligned} q_1 &= -q_2 = q \\ r &= 1 - p \\ r' &= 1 - p' \end{aligned} \quad (2.32)$$

I parametri indipendenti della matrice di scattering si riducono quindi a 3.

Imponendo che tale matrice sia unitaria, si ottengono le altre condizioni:

$$\begin{aligned} 2|q|^2 + |r|^2 + |p|^2 &= 1 \\ 2\text{Re}(rp^*) &= +2|q|^2 \\ 2|q|^2 + |r'|^2 + |p'|^2 &= 1 \\ 2\text{Re}[r'(p')^*] &= +2|q|^2 \\ rq^* - pq^* &= -[(r')^* q - (p')^* q] \end{aligned} \quad (2.33)$$

ma due di esse sono inutili (la prima e la seconda forniscono $|r + p|=1$ che è già noto, e analogamente la terza e la quarta).

Alla risonanza sono reali r ed r' e di conseguenza tutti gli altri parametri. Pertanto, dalle (2.33) si ha:

$$\begin{aligned} rp &= r'p' = q^2 \\ r - p &= -(r' - p') \end{aligned} \quad (2.34)$$

e poiché $p=1-r$, segue che $2r-1=-(2r'-1)$ ovvero $r+r'=1$ e di conseguenza $r = p'$ ed $r'=p$. Resta quindi come unico parametro indipendente $r = S_{11}(\theta)$ e la matrice di scattering è:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} r & p & q & -q \\ p & r & -q & q \\ q & -q & p & r \\ -q & q & r & p \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

con $p=1-r$ e $q^2=r(1-r)$. L'andamento della grandezza $S_{11}(\theta)$ è riportato in [9].

A partire dalla matrice di scattering dell'accoppiatore, è possibile ottenere il circuito equivalente della giunzione fra le due guide d'onda. Alimentando la giunzione dal di sotto (guida inferiore, porte 1 e 2 di Fig. 2.5) con V_1^+ e V_2^+ , e chiudiamo i due lati di guida radiante (guida superiore, porte 3 e 4 di Fig. 2.5) su carichi con coefficienti di riflessione Γ_3 e Γ_4 , si trova che le correnti uscenti nei rami 3 e 4 sono:

$$\begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \frac{q}{D} (\Gamma_3 - 1)(\Gamma_4 - 1) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} (V_1^+ - V_2^+) \quad (2.36)$$

dove $D = (p\Gamma_3 - 1)(p\Gamma_4 - 1) - r^2\Gamma_3\Gamma_4$, e pertanto la diffusione è di tipo serie.

Analogamente, le correnti nella linea di alimentazione (rami 1 e 2) sono date da:

$$\begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \left[p - \frac{q^2}{D} (2\Gamma_3\Gamma_4 - \Gamma_3 - \Gamma_4) \right] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} (V_1^+ - V_2^+) \quad (2.37)$$

ed anche qui la diffusione è di tipo serie. Si trova, infine, che:

$$C = \frac{I_3}{I_1} = \frac{q}{p} \quad (2.38)$$

indipendentemente da Γ_3 e Γ_4 . La giunzione è quindi equivalente ad un trasformatore, collegato in serie su entrambi i rami, con un coefficiente di trasformazione in corrente pari a C . Il legame fra C ed $S_{11}(\theta)$ si ottiene immediatamente dalla (2.38) e dalle espressioni di p e q in funzione di r :

$$C = \frac{\sqrt{S_{11} - S_{11}^2}}{1 - S_{11}} \quad (2.39)$$

In conclusione, in Figura 2.6 è mostrato un circuito equivalente a larga banda dell'accoppiatore (vedi [10]), in cui IT è un trasformatore ideale la cui matrice ABCD è del tipo

$$\underline{\tau} = \begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_m} \end{pmatrix}$$

I parametri C_m e Y_p , validi su una banda molto ampia (30%-40%), possono essere ottenuti calcolando il valore di C_m alla frequenza di risonanza f_{res} della slot di accoppiamento ed utilizzando una suscettanza Y_p costituita da un circuito risonante parallelo LC. L e C sono scelte in modo tale che il circuito risuoni alla f_{res} e che fornisca il corretto valore di C_m ad un'altra frequenza f_q , opportunamente scelta. Ovviamente è proprio tale f_q che determinerà il range di frequenza di validità del circuito equivalente.

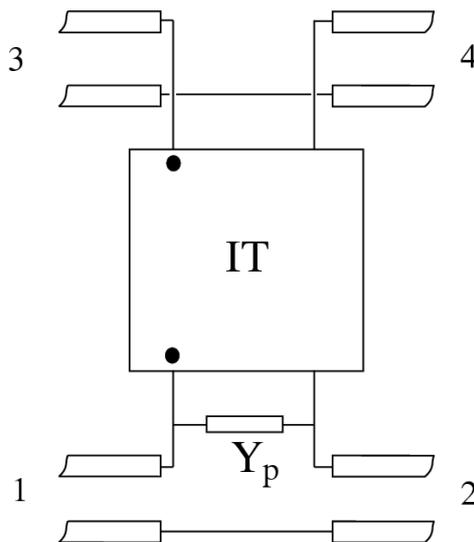


Fig. 2.6: Circuito equivalente di un accoppiatore a slot inclinata.

2.5 Calcolo della risposta in frequenza di un array planare di slot in guida d'onda.

Gli array planari di slot longitudinali (vedi Fig. 2.7) sono stati utilizzati come antenne a microonde per più di 50 anni e sono tuttora una scelta comune per sistemi di antenne ad elevate prestazioni, specialmente nella parte più alta della banda delle microonde. In particolare, la loro bassa dissipazione di potenza ed elevata efficienza ne suggeriscono l'utilizzo nella banda K e oltre, dove l'efficienza di un array stampato è di solito inferiore. Tali array di slot hanno dimensioni ridotte rispetto alle antenne a riflettore, e prossime a quelle degli array stampati (che sono comunque più sottili) e sono facilmente ripiegabili per applicazioni spaziali. Il loro più grande svantaggio è la banda utilizzabile relativamente ristretta (perlomeno se comparata con quella delle antenne a riflettore), e ciò comporta una accurata valutazione della risposta in frequenza durante la fase di progetto.

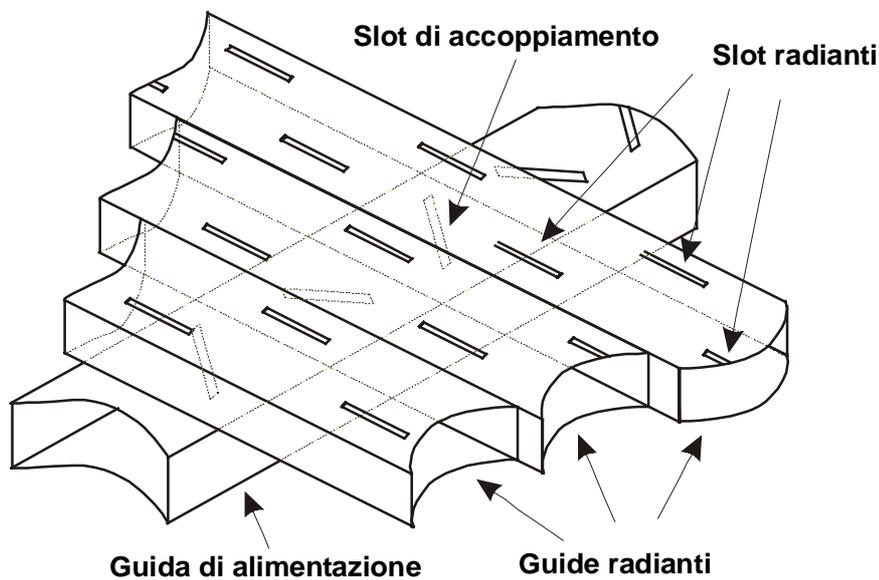


Fig. 2.7: Geometria di un tipico array planare.

Il modello più accurato per un array di slot è stato proposto da Elliott [6]. In tale modello le eccitazioni delle slot sono correlate sia alle tensioni di modo nella guida, in corrispondenza delle slot, e sia al mutuo accoppiamento. Alla frequenza centrale, la distanza fra le slot è pari a mezza lunghezza d'onda e pertanto le tensioni di modo sono uguali in modulo, ed opposte in segno. Quindi il modello di Elliott conduce direttamente ad una procedura di analisi alla frequenza centrale. D'altra parte, questo modello non può essere facilmente esteso a frequenze diverse. Infatti per frequenze diverse da quella centrale la distribuzione delle tensioni di modo dipende dalle eccitazioni delle slot. Inoltre, anche il campo nella rete di Beam Forming dipende dalle eccitazioni delle slot. Pertanto una procedura di analisi per frequenze diverse, e che tenga conto della BFN, è piuttosto complicata da formulare e sviluppare. Per array lineari di slot, Hamadallah [11] ha mostrato come valutare la relazione fra l'ammettenza attiva delle slot e le tensioni di modo in guida; procedendo in tal modo è possibile ottenere la risposta in frequenza di un array lineare. Nel seguito si presenta una procedura di analisi capace di valutare la risposta in frequenza di un array planare, tenendo conto sia del comportamento in frequenza della guida di alimentazione che di quello delle slot di accoppiamento.

2.5.1 Modello di Elliott per array di slot risonanti in guida d'onda.

Un tipico array planare è composto da M guide radianti, ognuna contenente un certo numero (eventualmente diverso) di slot radianti. Una guida trasversa alimenta ogni guida radiante attraverso una slot di accoppiamento (tipicamente una slot serie-serie). Tutte le slot di accoppiamento sono spaziate di $\lambda_g/2$ nella guida di alimentazione, dove λ_g è la lunghezza d'onda in guida del modo fondamentale. Dato che ogni slot radiante può essere rappresentata mediante una ammettenza in parallelo in una linea di trasmissione [3], il circuito equivalente di un array planare risonante alla frequenza di risonanza è quello mostrato in Fig.2.8.

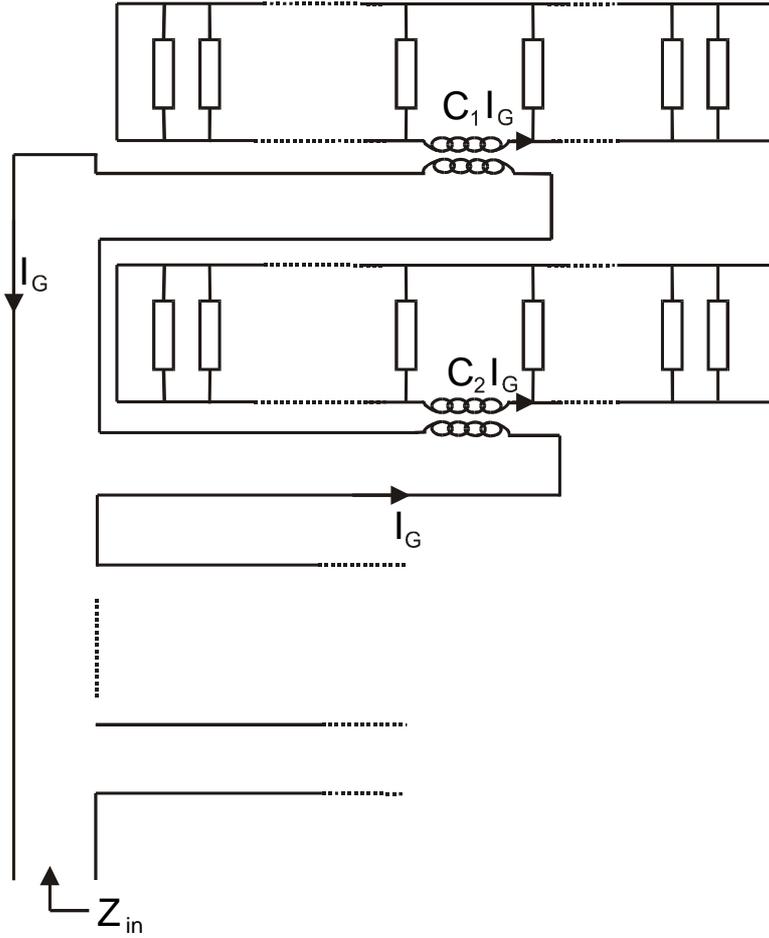


Fig. 2.8: Circuito equivalente di un array planare di slot.

Dal circuito equivalente di Fig.2.8 è possibile dedurre un set di due equazioni di progetto:

$$\frac{Y_{nm}^A}{G_0} = K_1 f_{nm} \sin v(x_{nm}) \frac{V_{nm}^S}{V_{nm}} \quad n=1..N_m \quad (2.40 a)$$

$$\frac{Y_{nm}^A}{G_0} = \frac{K_2 f_{nm}^2}{Z_{nm}^a} \quad m=1..M \quad (2.40 b)$$

dove M è il numero di guide radianti che costituiscono l'array, ed N_m è il numero di slot radianti presenti nella m^{esima} guida radiante. La tensione di modo è data da:

$$V_{nm} = (-1)^{n+1} V_{1m} \quad (2.40 c)$$

ed i restanti simboli sono definiti in [4]. Infatti, seguendo il modello di Elliott [4], la parte radiante di un array di slot può essere descritta tramite due equazioni che collegano le tensioni di eccitazione delle slot V_n^S , le ammettenze attive delle slot Y_n^A e le tensioni di modo di guida in corrispondenza delle slot V_n . Le tensioni di modo sono determinate dall'interazione fra la BFN e le slot radianti.

Nelle precedenti (2.40) si assume che l'interazione fra slot adiacenti è dovuta unicamente al modo fondamentale TE_{10} in guida. Tuttavia, le interazioni dovute ai modi superiori possono essere facilmente incluse come ulteriori termini di mutuo accoppiamento, come descritto in dettaglio in [7]. Tipicamente solo il termine relativo al primo modo superiore TE_{20} deve essere incluso, e soltanto per slot adiacenti.

L'impedenza di ingresso sulla guida di alimentazione è data da [4]:

$$Z^{IN} = \sum_{m=1}^M \frac{C_m^2}{Y_m^{IN}}; \quad \frac{Y_m^{IN}}{G_0} = \sum \frac{Y_n^A}{G_0} \quad (2.41)$$

dove C_m è il rapporto di trasformazione in corrente della m^{esima} slot di accoppiamento, ed Y_m^{IN} l'ammettenza di ingresso di ogni guida radiante, dove la sommatoria è ovviamente estesa solo alle slot della m^{esima} guida radiante.

Eguagliando i secondi membri delle (2.40 a) e (2.40 b) si ottiene, mediante la (2.40 c), un sistema lineare che ha come incognite le tensioni di slot, la cui soluzione completa l'analisi dell'array.

2.5.2 Modello di Hamadallah per array lineari di slot risonanti in guida d'onda.

Per spaziature fra le slot radianti diverse da $\lambda_g/2$, l'equazione (2.40 c) non è più valida. Per un array lineare le tensioni di modo sono date da [11]

$$V_n = V_1 E_n + jk_1 \sum_{m=1}^{n-1} f_m V_m^S \sin(n-m)\phi \quad (2.42)$$

dove tutti i simboli sono definiti in [11]. Il sistema lineare risolvibile è ottenuto semplicemente sostituendo l'equazione (2.40 c) con la (2.42) nel sistema della sezione 2.5.1.

2.5.3 Modello esteso.

Il sistema lineare della sezione 2.5.2 non può essere usato per array planari non risonanti. Per ottenere il sistema lineare risolvibile per tali array, è necessario tener conto della variazione con la frequenza sia della risposta delle slot di accoppiamento nella guida di alimentazione, e sia delle tensioni di modo nella guida di alimentazione e nelle guide radianti. Si è visto nella sezione precedente come tener conto della variazione in frequenza delle tensioni di modo nelle guide radianti, pertanto ora focalizzeremo l'attenzione solo sulla guida di alimentazione.

1) Slot di accoppiamento

In pratica tutte le BFN di un array planare di slot sono costituite da una guida di alimentazione principale, la quale è connessa, mediante opportuni accoppiatori, alle guide radianti, ossia alle guide in cui sono tagliate le slot radianti (vedi Fig. 2.7). La più importante differenza fra le reti di Beam Forming (BFN) sta nel tipo di accoppiatori utilizzati per realizzarle. In questo lavoro sono stati considerati

accoppiatori serie-serie a slot inclinate per alimentare le guide radianti [9], ma l'estensione ad altri accoppiatori è abbastanza semplice ed è immediata per altri accoppiatori serie-serie poiché ogni accoppiatore è modellato tramite un trasformatore non-ideale, e pertanto solo i parametri del trasformatore dipendono dal tipo di accoppiatore utilizzato. Il trasformatore non ideale è un trasformatore con una reattanza in parallelo ad una porta (vedi Fig. 2.9). Tale reattanza Z_N^{LC} è modellata mediante una rete LC in parallelo, i cui componenti possono essere facilmente ricavati dai parametri S della slot di accoppiamento [10].

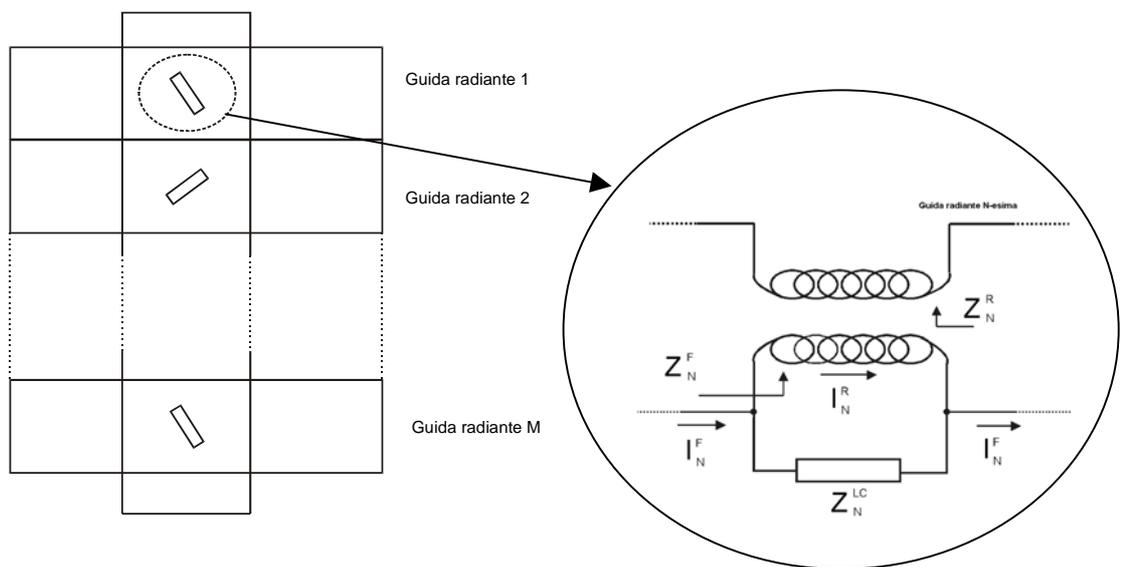


Fig. 2.9: Struttura di un array planare di slot e modello circuitale di una slot di accoppiamento.

Utilizzando il modello di accoppiatore mostrato in Fig. 2.9, la corrente che fluisce nel primario dell' N^{esimo} trasformatore, I_N^R , può essere espressa in funzione della corrente sulla guida di alimentazione I_N^F :

$$I_N^R = I_N^F \frac{Z_N^{LC}}{Z_N^{LC} + Z_N^R} \quad \rightarrow \quad I_N^F = \frac{Z_N^{LC} + Z_N^R}{Z_N^{LC}} I_N^R \quad (2.43)$$

dove $Z_N^R = Z_N^F / C_N^2$ è l'impedenza di ingresso della N^{esima} guida radiante, vista dalla guida di alimentazione, e C_N è il rapporto di trasformazione.

2) Spaziatura nella guida di alimentazione

La spaziatura fra le slot è diversa da $\lambda_g/2$, sia nelle guide radianti sia nella guida di alimentazione. Questo comporta che la corrente di modo nella guida di alimentazione dipenderà dalle ammettenze attive di tutte le slot dell'array. Quindi la prima equazione di progetto (2.40 a) accoppia tutte le slot dell'array.

L'equazione (2.42) non può essere usata per la guida di alimentazione, e pertanto deve essere ottenuto un nuovo set di equazioni che descriva il comportamento di tale guida. Per derivare queste equazioni, consideriamo il modello circuitale della guida di alimentazione dell'array in Fig.2.9. Tale modello è rappresentato in Fig.2.10.

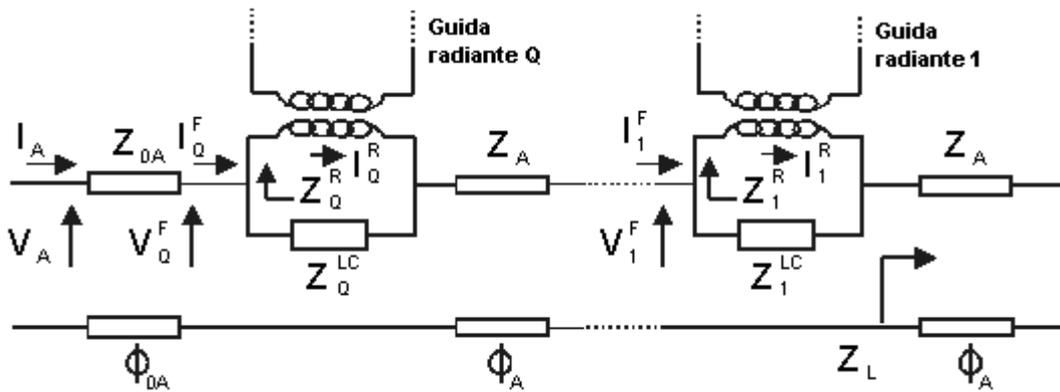


Fig. 2.10: Circuito equivalente della guida di alimentazione.

La q^{esima} tensione, V_q^F , e corrente, I_q^F , nella linea di alimentazione in corrispondenza della slot di accoppiamento relativa alla q^{esima} guida radiante possono essere espresse come:

$$V_q^F = I_q^F Z_q^F + V_{q-1}^F \cos \phi_A + j Z_A I_{q-1}^F \sin \phi_A \tag{2.44 a}$$

$$q=2..Q$$

$$I_q^F = I_{q-1}^F \cos \phi_A + j \frac{V_{q-1}^F}{Z_A} \sin \phi_A \tag{2.44 b}$$

dove Z_q^F è il parallelo fra Z_q^R e Z_q^{LC} .

La tensione V_q^F e la corrente I_q^F possono essere collegate da:

$$\begin{aligned} V_q^F &= Z_q^{IN} I_q^F = Z_q^{IN} \frac{Z_q^R + Z_q^{LC}}{Z_q^{LC}} I_q^R = \\ &= Z_q^R I_q^R + jZ_A \left\{ \frac{Z_{q-1}^R + Z_q^{LC}}{Z_q^{LC} \sin \phi_A} I_{q-1}^R - \frac{Z_q^{LC} + Z_q^R}{Z_q^{LC} \sin \phi_A} I_q^R \cos \phi_A \right\} \end{aligned} \quad (2.45)$$

L'equazione (2.45) può essere usata per scrivere l'equazione (2.44) come:

$$V_q^F = \cos \phi_A \left\{ Z_q^R I_q^R + j \frac{1}{Z_q^{LC} \sin \phi_A} [(Z_q^{LC} + Z_{q-1}^R) I_{q-1}^R - (Z_q^{LC} + Z_q^R) \cos \phi_A I_q^R] \right\} + jZ_A \frac{Z_q^{LC} + Z_q^R}{Z_q^{LC}} \sin \phi_A I_q^R \quad (2.46 a)$$

$$I_q^F = \frac{Z_q^{LC} + Z_q^R}{Z_q^{LC}} \cos \phi_A I_q^R + j \frac{\sin \phi_A}{Z_A} \left\{ Z_q^R I_q^R + j \frac{1}{Z_q^{LC} \sin \phi_A} [(Z_q^{LC} + Z_{q-1}^R) I_{q-1}^R - (Z_q^{LC} + Z_q^R) \cos \phi_A I_q^R] \right\} \quad (2.46 b)$$

Le precedenti equazioni collegano le tensioni e le correnti nella BFN alle impedenze ed alle correnti delle sole guide radianti. In realtà le equazioni (2.46 a) e (2.46 b) non possono essere usate per la prima e l'ultima slot di accoppiamento, per le quali sono necessarie ulteriori relazioni. La tensione V_1^F (vedi Fig.2.10) può essere espressa dalla:

$$V_1^F = [(Z_1^R \parallel Z_1^{LC}) + Z_L] I_1^F = \left[\frac{Z_1^R Z_1^{LC}}{Z_1^R + Z_1^{LC}} + Z_L \right] \frac{Z_1^R + Z_{LC1}}{Z_1^{LC}} I_1^R = Z_1^R I_1^R + Z_L I_1^R + \frac{Z_L Z_1^R}{Z_1^{LC}} I_1^R \quad (2.47)$$

mentre per la sezione di ingresso della guida si ha:

$$V_A = V_Q^F \cos \phi_{0A} + jZ_{0A} I_Q^F \sin \phi_{0A} \quad (2.48 a)$$

$$I_A = I_Q^F \cos \phi_{0A} + j \frac{V_Q^F}{Z_{0A}} \sin \phi_{0A} \quad (2.48 b)$$

Dalle equazioni (2.46 a) e (2.46 b) è possibile ottenere facilmente le equazioni relative alla guida di alimentazione:

$$V_q^F = Z_q^R I_q^R + V_{q-1}^F \cos \phi_A + j Z_A I_{q-1}^R \sin \phi_A + j \frac{Z_A}{Z_{LC}^{q-1}} Z_{q-1}^R I_{q-1}^R \sin \phi_A \quad (2.49 \text{ a})$$

q=2,Q

$$I_q^F = I_{q-1}^R \cos \phi_A + \frac{Z_{q-1}^R}{Z_{LC}^{q-1}} I_{q-1}^R \cos \phi_A + j \frac{V_{q-1}^F}{Z_A} \sin \phi_A \quad (2.49 \text{ b})$$

L'ultima equazione del sistema è quella relativa al nodo di ingresso ed essa dipende dal modello della sorgente. Per una sorgente espressa in termini di tensione, dalla (2.47 a), si ha:

$$V_A = V_Q^F \cos \phi_{0A} + j Z_{0A} I_Q^R \sin \phi_{0A} + j \frac{Z_{0A}}{Z_Q^{LC}} \sin \phi_{0A} Z_Q^R I_Q^R \quad (2.50 \text{ a})$$

mentre, per una sorgente espressa in termini di corrente, dalla (2.47 b), si ha

$$I_A = I_Q^R \cos \phi_{0A} + \cos \phi_{0A} \frac{Z_Q^R}{Z_Q^{LC}} I_Q^R + j \frac{V_Q^F}{Z_{0A}} \sin \phi_{0A} \quad (2.50 \text{ b})$$

L'analisi di un array planare è quindi semplicemente ridotta alla soluzione del sistema lineare formato dalle equazioni (2.40 a), (2.40 b), (2.42), (2.49 a), (2.49 b), ed una fra (2.50 a) e (2.50 b), in base al modello della sorgente.

2.5.4 Risultati.

La tecnica di analisi descritta nei paragrafi precedenti può essere usata per array di qualunque forma e dimensione. Per verificare la validità del metodo, esso è stato testato su svariati array con differenti strutture e diagrammi di irradiazione. Tutti gli array analizzati sono stati progettati utilizzando una procedura di sintesi (a frequenza centrale) basata sul modello di Elliott [6]. Per ogni array è mostrata la

risposta in frequenza e il diagramma di irradiazione alla risonanza. Per semplicità di progetto, i risultati presentati riguardano array planari a fascio sottile (*pencil-beam arrays*), ma il metodo descritto può essere comunque applicato sia ad array ad onda viaggiante (*travelling wave arrays*) e sia ad array a fascio sagomato (*shaped-beam arrays*). In tutti gli array analizzati sia le guide radianti che quelle di alimentazione sono guide standard WR90 (con sezione 2.286x1.016 cm), e la frequenza di progetto è 9 GHz. Inoltre ogni slot di accoppiamento ha lunghezza pari a 16 mm, larghezza pari a 3 mm ed angolo di inclinazione pari a 33°. I valori di L e C del trasformatore non ideale, utilizzato per modellizzare ciascuna slot di accoppiamento, sono dati da (vedi [10]): $L=0.759$ nH, $C=0.372$ pF . Verranno prima mostrati i confronti fra il caso di accoppiatore ideale (modellizzato tramite un trasformatore ideale, ossia con $Z_{LC}=\infty$) ed il caso di accoppiatore reale (modellizzato tramite un trasformatore non ideale) applicati a quattro diversi tipi di array, i cui dettagli sono mostrati in Tabella 2.1.

#	Tipo di array	Frequenza Centrale	Guide Radianti	Slot radianti in ogni guida	Tensioni di eccitazione delle slot
1	Array asimmetrico	9 GHz	15	20 for 10 guides, 5 for 5 guides	1.0 V
2	Array simmetrico	9 GHz	12	20	1.0 V
3	Array planare con pattern di Taylor	9 GHz	8	16	Taylor distribution
4	Array planare con pattern di Taylor	9 GHz	8	16	Chebichev distribution

Tabella 2.1: Parametri degli array testati.

Risultati per l'array 1:

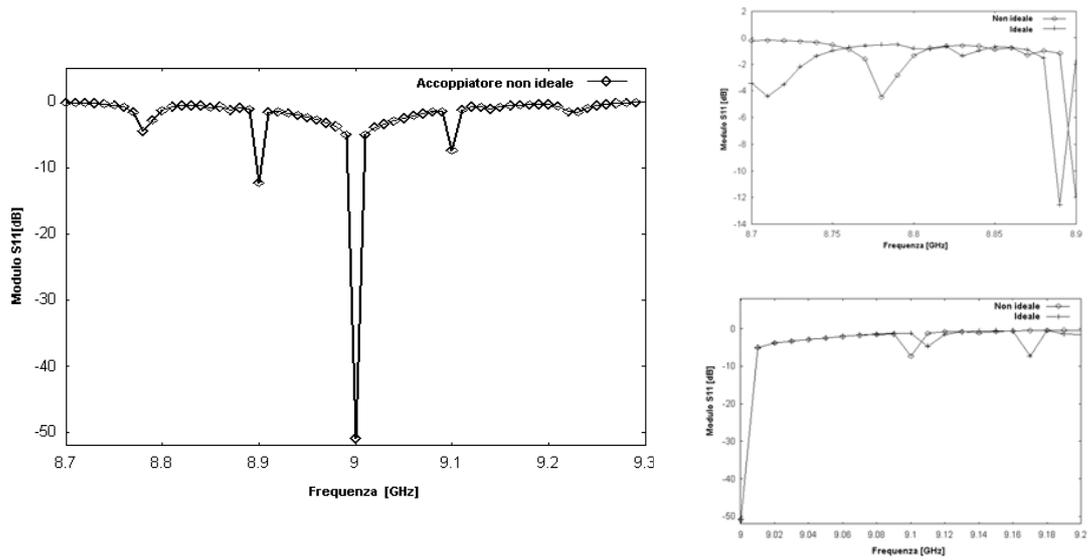


Fig.2.11: Modulo del coefficiente di riflessione per un array asimmetrico con 15 guide radianti.

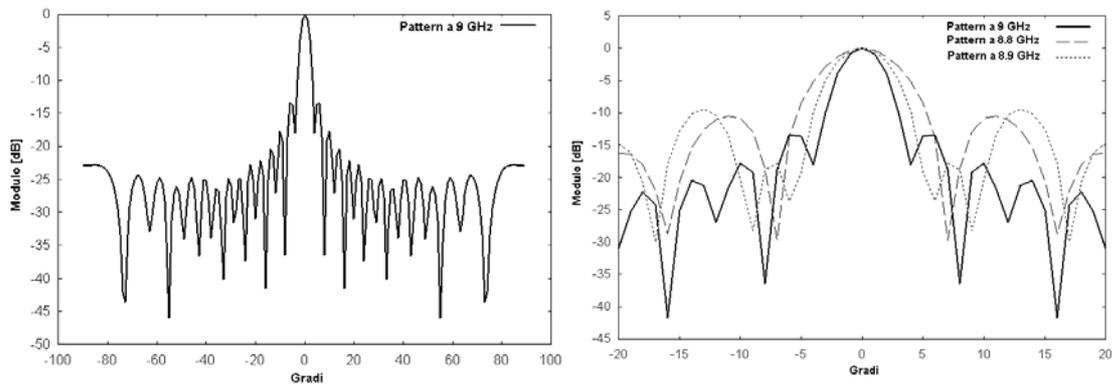


Fig.2.12: Diagramma di irradiazione per un array asimmetrico con 15 guide radianti.

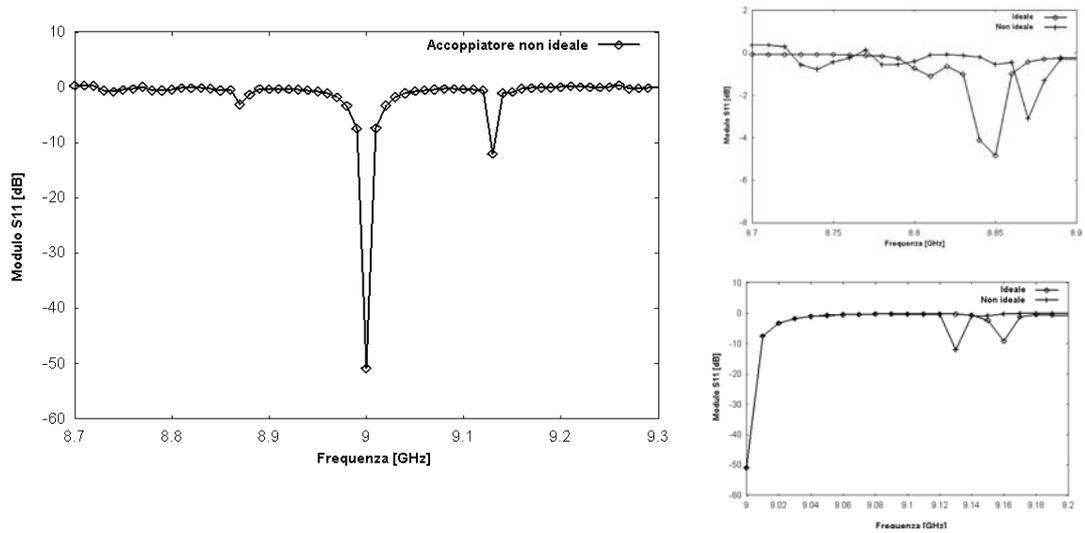
Risultati per l'array 2:

Fig.2.13: Modulo del coefficiente di riflessione per un array simmetrico con 12 guide radianti.

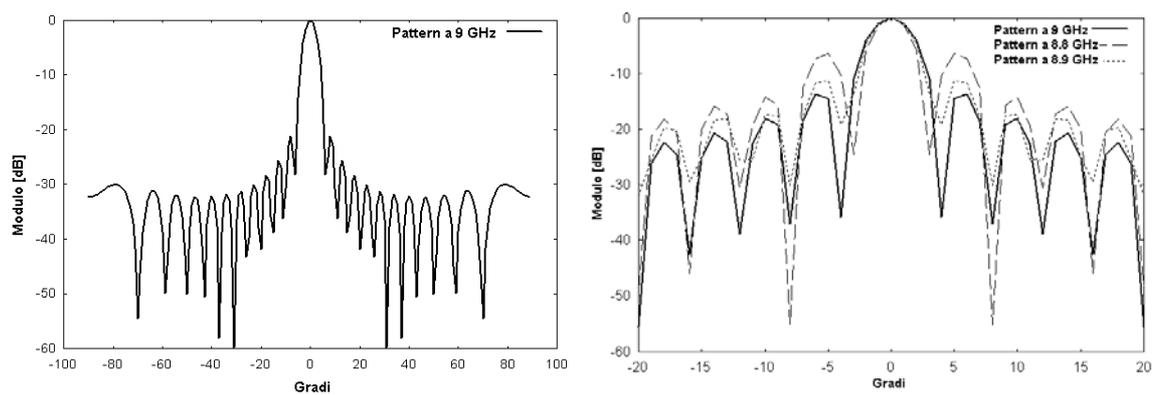


Fig.2.14: Diagramma di irradiazione per un array simmetrico con 12 guide radianti.

Risultati per l'array 3:

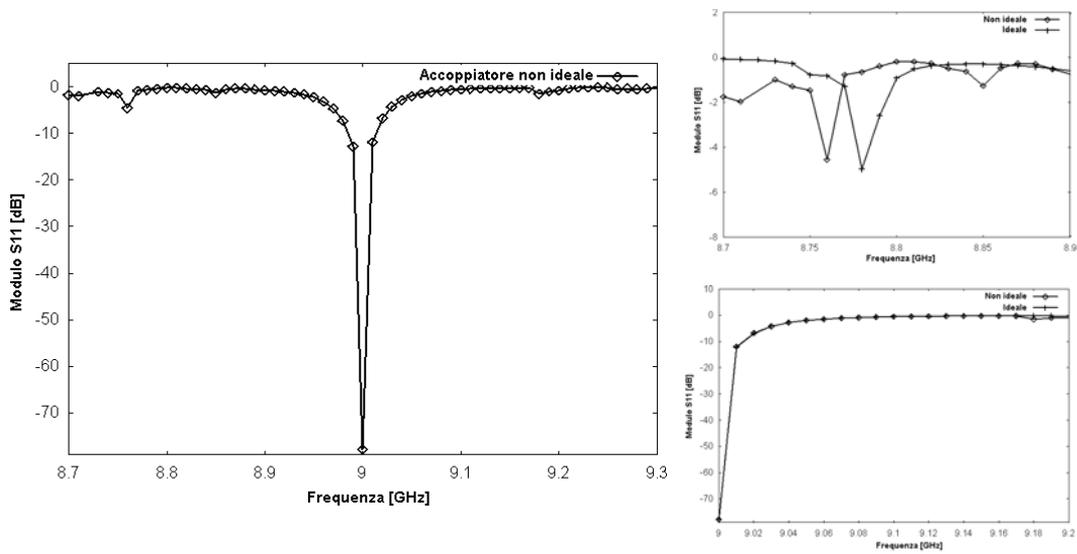


Fig.2.15: Modulo del coefficiente di riflessione per un array con distribuzione di Taylor.

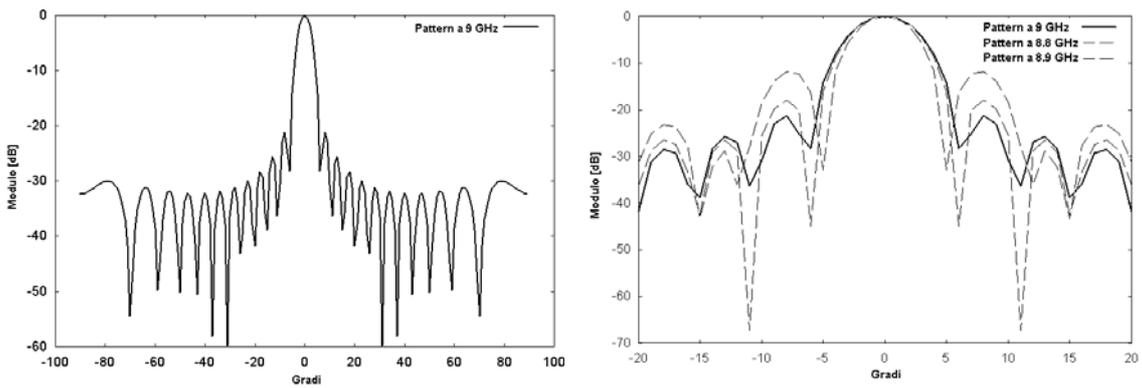


Fig.2.16: Diagramma di irradiazione per un array simmetrico con distribuzione di Taylor.

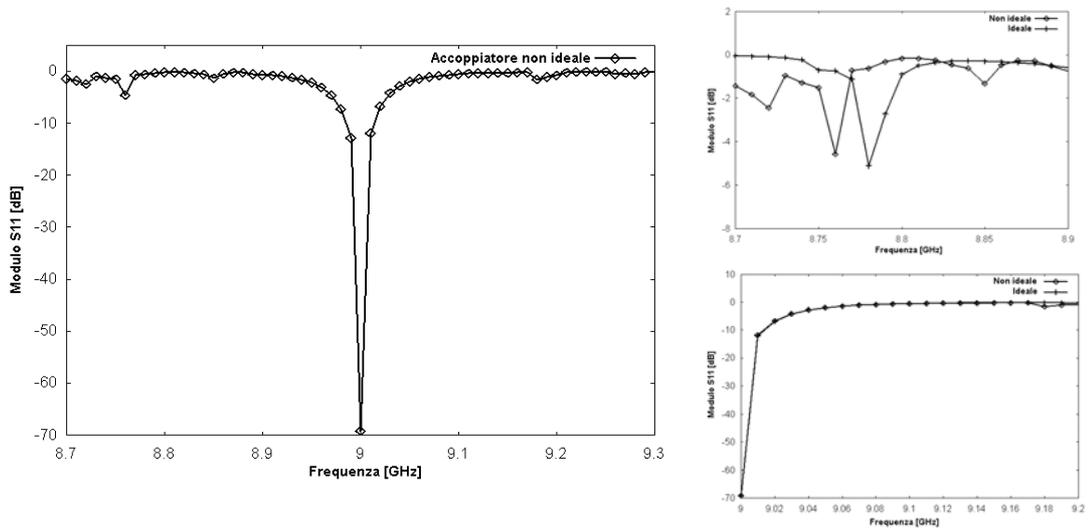
Risultati per l'array 4:

Fig.2.17: Modulo del coefficiente di riflessione per un array con distribuzione di Chebycheff.

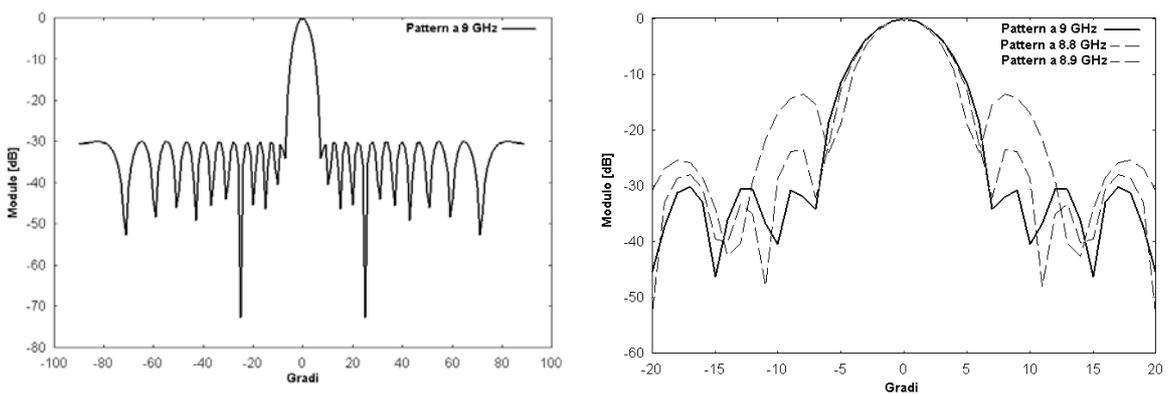


Fig.2.18: Diagramma di irradiazione per un array simmetrico con distribuzione di Chebycheff.

Dai diagrammi riportati nelle figure 2.11-2.18 si nota che, in prossimità della frequenza di risonanza, le risposte in frequenza dell'array con gli accoppiatori ideali e con gli accoppiatori reali sono molto simili, e la differenza fra tali grafici è significativa soltanto per frequenze ben lontane dalla risonanza, e ben oltre la banda utile dell'array. Quindi la risposta vera dell'accoppiatore è necessaria soltanto quando l'accuratezza richiesta è elevata, e quando l'accoppiatore risuona alla medesima frequenza dell'array è possibile approssimare il comportamento di tale accoppiatore col modello a trasformatore ideale.

Naturalmente, per array ad onda viaggiante o per array a fascio sagomato (dove gli accoppiatori devono essere fuori risonanza per produrre la variazione di fase richiesta) ciò non è più vero, e si deve in questi casi tenere conto dell'esatta risposta in frequenza dell'accoppiatore [10].

La tecnica di analisi proposta è stata ulteriormente testata confrontandone i risultati con quelli ottenuti mediante un software commerciale agli elementi finiti, HFSS. In tale confronto si è scelto un array planare con quattro guide radianti, ciascuna contenente quattro slot radianti (si noti che le dimensioni ridotte di tale array di test sono dovute al fatto che per dimensioni maggiori i tempi di elaborazione di HFSS non sarebbero ragionevoli). Le guide d'onda e gli accoppiatori utilizzati sono gli stessi degli esempi precedenti. Dimensioni ed offset delle slot radianti sono mostrati in tabella 2.2 ed in figura 2.19 è mostrato il layout dell'array.

Guida Radiante	Slot #1 Lungh./Offset[mm]	Slot #2 Lungh./Offset[mm]	Slot #3 Lungh./Offset[mm]	Slot #4 Lungh./Offset[mm]
# 1	16.352/ 2.2923	16.478/-2.6491	16.504/2.3464	16.363/-2.3395
# 2	16.422/1.4369	16.184/-0.6017	16.389/1.2981	16.163/-0.8620
# 3	16.163/0.8620	16.389/-1.2981	16.184/0.6017	16.422/-1.4369
# 4	16.363/2.3395	16.504/-2.3464	16.478/2.6491	16.352/-2.2923

Tabella 2.2. Parametri dell'array testato.

# 1	—	# 3	—	Guida Radiante # 1
—	# 2	—	# 4	
# 1	—	# 3	—	Guida Radiante # 2
—	# 2	—	# 4	
# 1	—	# 3	—	Guida Radiante # 3
—	# 2	—	# 4	
# 1	—	# 3	—	Guida Radiante # 4
—	# 2	—	# 4	

Fig. 2.19. Layout dell'array testato. Ogni numero corrisponde ad una slot in Tabella 2.2. Le slot di accoppiamento sono rappresentate da linee tratteggiate.

La risposta in frequenza dell'array ottenuta coi due metodi è confrontata in Fig. 2.20; il diagramma di irradiazione alla risonanza è mostrato in Fig. 2.21 e infine in Fig.2.22 è mostrato il diagramma di irradiazione dell'array fuori risonanza. I diagrammi presentati mostrano un accordo molto buono, e ciò conferma la correttezza del metodo esposto nei paragrafi precedenti (metodo che richiede, tra l'altro, un tempo di calcolo inferiore di circa quattro ordini di grandezza rispetto al tempo di calcolo richiesto da HFSS).

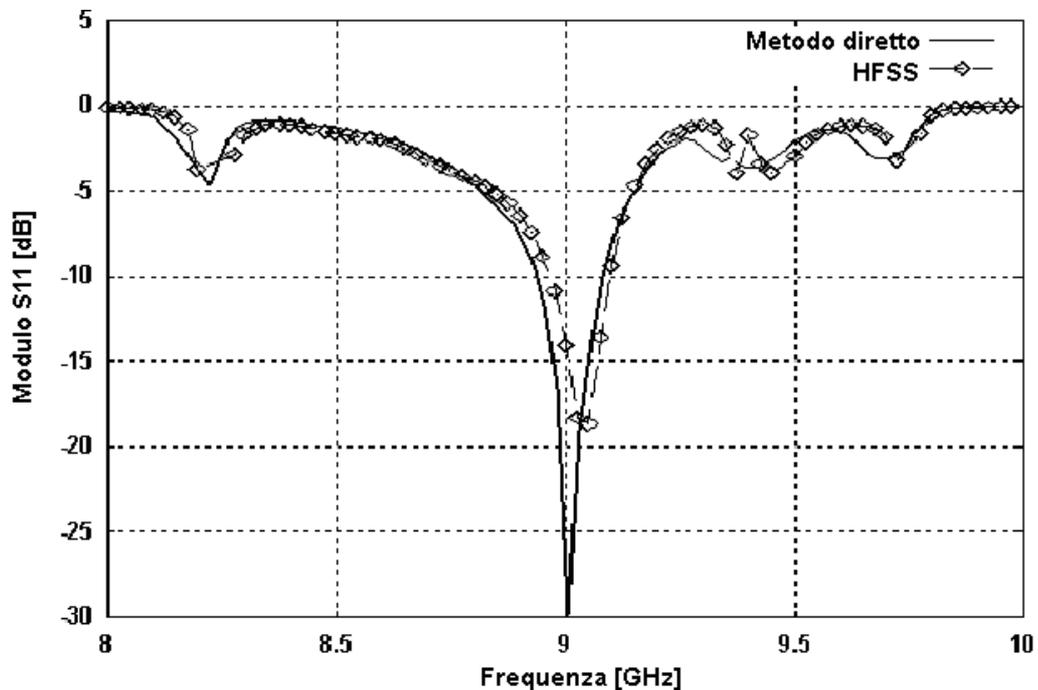


Fig.2.20: Modulo del coefficiente di riflessione in ingresso (dB).

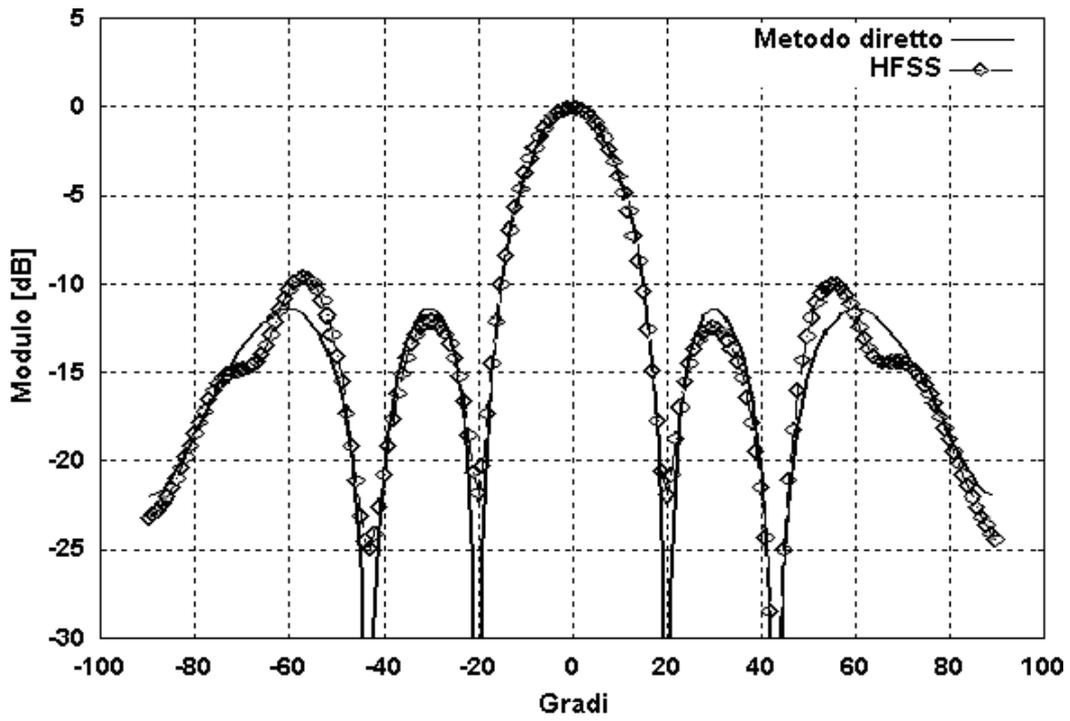


Fig 2.21:Diagramma di irradiazione alla risonanza (piano E).

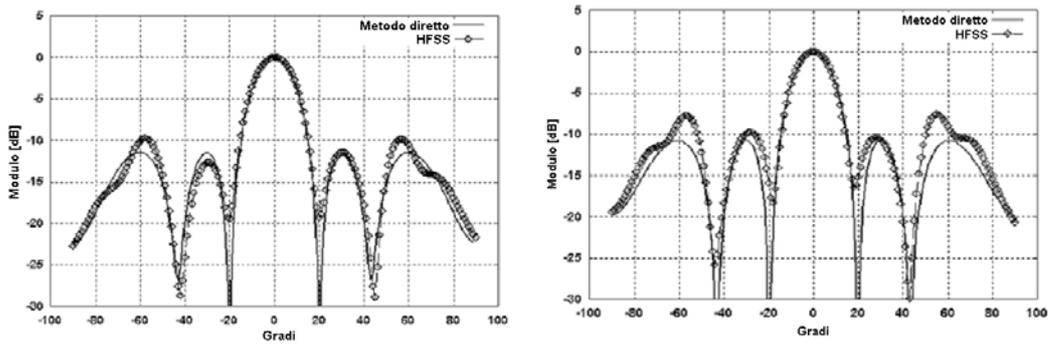


Fig 2.22:Diagramma di irradiazione ad: a) 8.9 GHz; b) 9.1 GHz (piano E).

Bibliografia del Capitolo 2

- [1] R.J. Stegen: “ *Longitudinal shunt slot characteristics*”, Hughes Aircraft Co. Tech. mem. 261, 1951.
- [2] J.E. Eaton, L.J. Eyges e G.G. Macfarlane: “ *Radiating Elements*”, Microwave Antenna Theory and Design, Silver, S. Ed.,Dover, N.Y., 1965, pp. 286-299.
- [3] T.V. Khac e C.T. Carson: “ *Impedance properties of longitudinal slot antenna in the broad face of rectangular waveguide*”, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-21, 1973, pp. 708-710.
- [4] R.S. Elliott : “ *Antenna theory and design*”, Prentice-Hall, N.Y., 1981.
- [5] R.F. Harrington: “ *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*”, McGraw-Hill, N.Y., 1961.
- [6] R.S. Elliott: “ *An Improved Design Procedure for Small Arrays of Shunt Slots*”, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-31, 1983, pp. 48-53.
- [7] R.S. Elliott, W.R. O'Loughlin: “ *The Design of Slot Arrays Including Internal Mutual Coupling*”, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-34, 1986, pp. 1149-1154.
- [8] G. Franceschetti: “ *Campi Elettromagnetici*”, Bollati-Boringhieri, Torino, 1988.
- [9] S. Rengarajan: “ *Analysis of a Centered Inclined Waveguide slot Coupler*”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-37, 1989, pp. 884-889.

- [10] G. Mazzarella, G. Montisci: “*Wideband Equivalent Circuit of a Centered-Inclined Waveguide Slot Coupler*”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol.14, No.1, 2000, pp.133-151.
- [11] Hamadallah, “*Frequency Limitations on Broad-Band Performance of Shunt Slot arrays*”, IEEE Trans. Antennas and Prop., Vol. 37 , No. 7, July 1989 pp.817-823

CAPITOLO 3

SLOT IN STRUTTURE A MICROSTRISCIA

3.1 Introduzione.

Nel Capitolo 2 sono state caratterizzate sia le slot radianti sia le slot di accoppiamento in strutture a guida d'onda rettangolare. In questo capitolo verrà descritto un metodo per ottenere l'impedenza di una slot di accoppiamento in una struttura a microstriscia a doppio substrato dielettrico. Si vedrà in questo capitolo come una struttura a microstriscia possa essere studiata mediante la sua equivalenza con una guida a pareti magnetiche. E' facile dedurre che lo studio di slot di accoppiamento in guida rettangolare e di slot di accoppiamento in microstrip/guida a pareti magnetiche possa essere condotto in modo simile. Sfruttando proprio l'equivalenza fra i due tipi di struttura (guida d'onda e microstriscia) verrà caratterizzato il comportamento delle slot di accoppiamento fra microstrisce. La caratterizzazione di una tale slot di accoppiamento è utile per poter analizzare le antenne stampate alimentate mediante apertura, che sono di grande interesse in quanto tali strutture consentono di ottimizzare separatamente il circuito di alimentazione e quello di irradiazione. Infatti, un'antenna stampata alimentata mediante struttura a doppio substrato (vedi [1], [2]) può essere modellizzata mediante il circuito equivalente mostrato in Fig. 3.1.

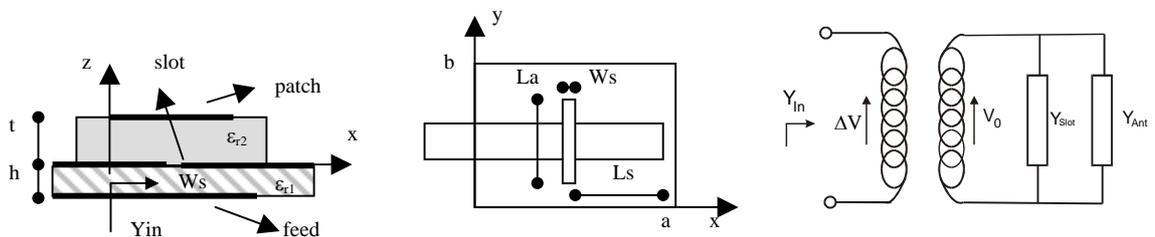


Figura 3.1 Antenna a microstrip accoppiata mediante apertura e suo circuito equivalente

L'ammittenza di ingresso di tale struttura è il parallelo fra l'ammittenza del patch radiante Y_{ant} e l'ammittenza della slot di accoppiamento Y_{slot} trasportate sulla linea di alimentazione attraverso il trasformatore equivalente alla slot (e quindi "scalate" del rapporto di trasformazione al quadrato), come mostrato nel circuito equivalente di Fig.3.1. Lo scopo di questo capitolo è proprio ottenere i dati del trasformatore equivalente e della ammettenza di slot che compaiono nel circuito equivalente dell'antenna a microstrip alimentata tramite apertura. Per tale scopo si sfrutterà l'analogia fra struttura a microstrip e guida a pareti magnetiche [3], e si analizzerà la struttura a microstrip a doppio substrato come due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot (e quindi in stretta analogia a quanto visto nel precedente capitolo per le guide d'onda). Quest'ultima struttura verrà studiata mediante il Metodo dei Momenti che ci permetterà di estrarne i parametri di scattering, e da questi ultimi il circuito equivalente. La struttura analizzata, come si vedrà nel paragrafo 3.5.2, è costituita da due microstrip indefinite e quindi verrà studiato l'accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche indefinite. Il fatto che poi la guida superiore venga troncata per ottenere l'antenna stampata radiante (come mostrato in Fig.3.1) non crea problemi in quanto l'antenna stessa può essere considerata come un risonatore in linea di trasmissione, ossia è come se fosse un carico per la linea stessa. Inoltre, dato che l'antenna deve essere in risonanza, il modo risonante dell'antenna assorbe potenza ed è quindi del tutto analogo ad un modo TEM sulla linea di trasmissione. In sostanza si può assumere che l'energia immagazzinata nella slot (e quindi la sua reattanza) non dipenda dalla lunghezza della guida superiore (a meno che l'antenna non abbia dimensioni paragonabili alla larghezza della slot, il che non è accettabile); tale energia dipenderà ovviamente dalla larghezza della guida superiore, e quindi dalla larghezza dell'antenna.

3.2 Strutture per microonde in tecnologia planare.

I componenti che costituiscono un circuito possono essere caratterizzati considerando il rapporto che esiste fra le dimensioni dei componenti stessi e la

lunghezza d'onda, che determina la frequenza di lavoro per il circuito. Se le dimensioni del componente sono tutte piccole rispetto alla lunghezza d'onda, allora il componente è un *componente a costanti concentrate*, non caratterizzato da alcuna propagazione, e per esso valgono le leggi di Kirchoff. Componenti invece come le linee di trasmissione, detti appunto *a costanti distribuite*, e governati dalle equazioni dei telegrafisti, che consentono di studiare la propagazione del campo elettromagnetico all'interno di tali strutture, hanno una dimensione, quella longitudinale, paragonabile alla lunghezza d'onda, mentre le dimensioni trasverse sono piccole rispetto a λ . Le guide d'onda sono invece strutture in cui tutte e tre le dimensioni sono paragonabili a λ . Il caso della struttura planare, caratterizzata dall'aver due dimensioni confrontabili con λ , è ben inserito fra guida d'onda e linea di trasmissione ed è descritto mediante le equazioni di Maxwell, nelle quali si suppone che il campo elettrico abbia solo componente verticale (essendo Δz piccolo, vedi Fig.3.2) e sia costante rispetto alla

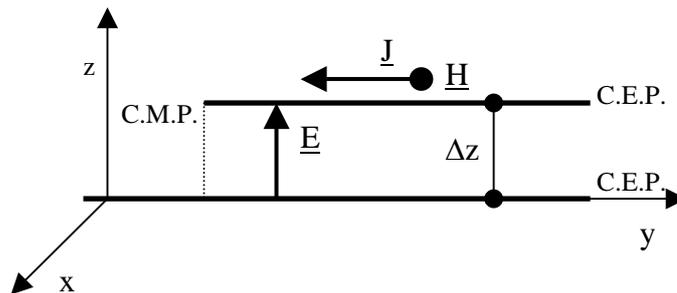


Figura 3.2 : Schema di una struttura planare.

coordinata z lungo le altre direzioni:

$$\underline{E} = E(x, y)\underline{i}_z \quad (3.1)$$

Dalle equazioni di Maxwell segue che:

$$H_z = 0 \quad (3.2)$$

Infatti il campo magnetico è proporzionale al rotore del campo elettrico e dato che il campo elettrico è diretto lungo z , allora il campo magnetico sarà ortogonale all'asse z , ossia apparterrà tutto al piano xy . Tale campo magnetico darà luogo ad

una corrente, diretta verso sinistra, che deve annullarsi nel bordo della struttura: ciò implica che nel bordo stesso anche il campo magnetico deve essere nullo. Dato che il campo elettrico è costante con z , lo sarà anche il campo magnetico, che sarà pertanto nullo lungo tutta la superficie laterale. Tale superficie può dunque ritenersi un C.M.P. e la struttura planare può essere studiata come una cavità risonante. Dunque si riesce a descrivere la struttura tramite un campo elettrico lungo z che dipende solo da x ed y , ed un campo magnetico trasverso rispetto a z che a sua volta dipende da x ed y :

$$\begin{aligned}\underline{E} &= E_z(x, y)\underline{i}_z \\ \underline{H} &= \underline{H}_t(x, y)\end{aligned}\quad (3.3)$$

Conseguenza di ciò è che l'equazione d'onda per il campo elettrico diventa una equazione scalare, per cui è possibile descrivere il campo elettrico risolvendo una equazione del tipo:

$$\nabla_t^2 E_z + K^2 E_z = 0 \quad (3.4)$$

dove ∇_t^2 è il laplaciano trasverso, espresso da:

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (3.5)$$

Alcune strutture planari sono: la *stripline* e la *microstriscia*. Sia nella stripline sia nella microstriscia (purchè la frequenza sia sufficientemente bassa) è possibile avere dei campi TEM (trasverso elettromagnetico). Un campo elettromagnetico TEM ha campo elettrico e campo magnetico entrambi trasversi, ossia ortogonali rispetto alla direzione di propagazione ed ha quindi componente longitudinale nulla; questi campi trasversi possono essere fattorizzati nel prodotto di due grandezze:

$$\begin{aligned}\underline{E}(x, y, z) &= \underline{E}_t(x, y, z) = V(y)\underline{e}(x, z) \\ \underline{H}(x, y, z) &= \underline{H}_t(x, y, z) = I(y)\underline{h}(x, z)\end{aligned}\quad (3.6)$$

Le funzioni vettoriali $\underline{e}(x,z)$ ed $\underline{h}(x,z)$ sono funzioni delle sole coordinate trasverse, indipendenti dalla coordinata y , che viene assunta come direzione di propagazione; inoltre si può ricavare $\underline{e}(x,z)$ dalla:

$$\underline{e}(x, z) = -\nabla_t \phi \quad (3.7)$$

dove ϕ è una funzione armonica soluzione della equazione di Laplace:

$$\nabla_t^2 \phi = 0 \quad (3.8)$$

con la condizione a contorno, nel caso si abbia a che fare con dei CEP, che ϕ assuma un valore costante su ciascuno dei conduttori. La funzione $\underline{h}(x,z)$ si ottiene dalla relazione:

$$\underline{e}(x, z) = A \underline{h}(x, z) \times \underline{i}_z \quad (3.9)$$

dove A è una costante che dipende solo dalla geometria della struttura considerata. Le funzioni scalari $V(z)$ ed $I(z)$ si propagano invece secondo le equazioni dei telegrafisti

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -j\omega LI; \quad \frac{\partial I}{\partial z} = -j\omega CV \quad (3.10)$$

dove nelle precedenti $L = \mu/A$ e $C = \varepsilon A$ sono rispettivamente induttanza e capacità per unità di lunghezza della struttura ed A è la costante che tiene conto della sola geometria. La costante di propagazione β è una funzione lineare della frequenza, e vale $\beta = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \omega/c$, con c velocità della luce nel mezzo considerato; la velocità di fase (definita come $v_f = d\omega/d\beta$) e l'impedenza caratteristica sono indipendenti dalla frequenza; quest'ultima dipende dalla struttura geometrica ed è pari all'impedenza caratteristica nel vuoto moltiplicata per tale fattore geometrico. Affinché una struttura ammetta campi TEM, essa deve essere trasversalmente

omogenea; inoltre, in una struttura con $N+1$ conduttori esistono N modi TEM linearmente indipendenti. Si definisce modo una configurazione di campo che può esistere da sola nella struttura.

La **microstriscia** è una struttura costituita da un piatto metallico di C.E.P. su cui è depositato uno strato di dielettrico; su tale strato viene poi metallizzata una striscia (vedi Fig. 3.3).

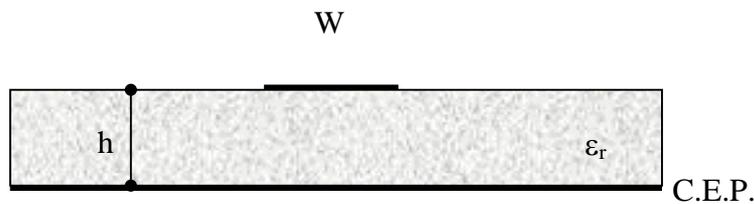


Figura 3.3 : Schema di una microstriscia.

In questo caso, essendoci due dielettrici diversi, la struttura non può accettare modi TEM, in quanto essa non è trasversalmente omogenea. Se però la frequenza è sufficientemente bassa, ossia se la lunghezza d'onda è grande rispetto alle dimensioni caratteristiche della struttura (larghezza della striscia W , e spessore del substrato h), il campo di questa struttura è molto prossimo ad un campo TEM, con componenti longitudinali molto più piccole di quelle trasverse. Si parla in questo caso di modo quasi TEM. Il campo è infatti funzione della frequenza e se la frequenza è sufficientemente piccola, esso si può espandere in serie di Taylor rispetto alla pulsazione w :

$$\underline{E} = \underline{E}^{(0)} + w \underline{E}^{(1)} + \dots \quad (3.11)$$

e di tale espansione si considera solo il primo termine $\underline{E}^{(0)}$, che è indipendente dalla frequenza, essendo il campo che si ottiene quando la frequenza tende a zero. Sostituendo questo campo nelle equazioni di Maxwell si ottiene come soluzione un campo che ha componente longitudinale nulla, ossia un campo TEM. Quindi, se la frequenza è sufficientemente bassa, la componente longitudinale dei campi ha solo termini di ordine superiore a zero, e quindi si possono avere nella struttura

modi quasi TEM. Anche in una microstriscia il campo è confinato nella zona attorno alla strip, pertanto valgono discorsi analoghi a quelli fatti per la stripline riguardo al fatto che la struttura può essere chiusa con dei CEP sia ai lati sia verso l'alto, e di solito tali conduttori sono posti ad una distanza pari a 6-8 volte le dimensioni della strip. Al crescere della frequenza, la propagazione in microstriscia diventa dispersiva, in quanto impedenza caratteristica e velocità di fase della struttura non potranno più essere considerate costanti, ma saranno funzioni della frequenza: si avranno quindi modi quasi TEM dispersivi. Se la frequenza aumenta ancora, i modi saranno ibridi, ossia i campi avranno tutte le componenti, in quanto i modi quasi TEM non possono più esistere da soli nella struttura; un ulteriore aumento della frequenza causerà la propagazione dei modi superiori .

Vediamo quali sono i vantaggi della tecnologia relativa alle strutture planari ed i limiti di tali strutture. Il vantaggio più immediato è dovuto alla tecnica di fabbricazione: tale tecnica si basa su processi fotolitografici e tecniche di fotoincisione molto simili a quelli utilizzati per i circuiti a semiconduttore e permette quindi sia una semplice produzione in serie e sia una notevole riduzione di dimensioni, peso e costi rispetto ai sistemi in guida d'onda.

I maggiori svantaggi di tali strutture sono dovuti sia alla limitata potenza che possono trasportare, sia alla presenza di vari meccanismi di perdita che ne limitano l'efficienza, sia alla difficoltà dell'analisi dei campi che si propagano in queste strutture inhomogenee.

Un altro limite è legato al fatto che in queste strutture è possibile ottenere valori di impedenze solo entro un determinato range di variazione: infatti impedenze troppo grandi possono richiedere strisce metalliche così sottili da non poter essere realizzate, mentre impedenze eccessivamente piccole corrisponderebbero a strip troppo larghe. Valori tipici di impedenza realizzabili sono compresi fra la decina di Ohm (o poco meno) e alcune centinaia di Ohm.

Nelle strutture planari vi sono essenzialmente tre tipi di perdite: le perdite sui conduttori, le perdite nel dielettrico, le perdite per irradiazione. Le prime sono dovute al fatto che i conduttori non sono perfetti, ma hanno una conducibilità elettrica finita, pertanto le perdite nel conduttore rappresentano la potenza persa a

causa della resistenza elettrica che la corrente superficiale incontra scorrendo lungo i conduttori. Le perdite nel dielettrico sono essenzialmente legate all'effetto joule, dovuto alla conducibilità del dielettrico, che, seppur piccola, e' comunque diversa da zero: gli urti e le tensioni a livello atomico, provocati dalla variazione di polarizzazione del dielettrico, generano energia dissipata sotto forma di calore. Le perdite per irradiazione, infine, sono dovute alle onde non confinate che escono dalla struttura.

In generale si ha che, rispetto alla potenza totale dissipata, al crescere della frequenza le perdite dovute al conduttore e quelle dovute al dielettrico decrescono percentualmente, mentre le perdite per irradiazione diventano quella più significative.

Le antenne stampate vengono realizzate mediante la tecnologia a microstriscia ed offrono tutti i vantaggi legati a tale tecnologia ed al fatto di essere strutture planari, e quindi di dimensioni e peso limitati. Il limite di questo tipo di antenne e' essenzialmente dovuto alla larghezza di banda ed alla bassa efficienza. Poichè queste antenne hanno un basso guadagno, esse sono utilizzate soprattutto in allineamenti.

3.3 Struttura dei dispositivi a microstriscia.

I dispositivi a microstriscia sono componenti piani, utilizzati per frequenze comprese nella banda delle microonde, che sostituiscono le più ingombranti guide d'onda quando il segnale da trasmettere ha caratteristiche di frequenza e potenza tali da poter essere accettate dalla struttura planare.

La struttura di un generico dispositivo a microstriscia comprende un sottile strato di materiale dielettrico a basse perdite, il Substrato Dielettrico, sul quale da un lato è presente un sottile strato metallico, il Ground Plane, che lo ricopre completamente, e dal lato opposto vi è un altro sottile strato conduttore che rappresenta il circuito e che ricopre solo parzialmente il substrato dielettrico. Tale strato conduttore, che ha uno spessore di poche decine di micron, è ottenuto da un

processo fotolitografico attraverso il quale, partendo da uno strato che ricopre interamente il dielettrico, viene inciso il circuito a microonde (vedi Fig.3.4).

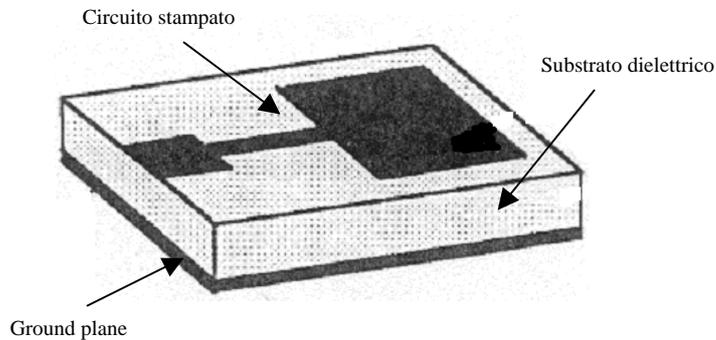


Figura 3.4 : circuito a microstriscia.

Il substrato dielettrico, oltre a fungere da supporto meccanico dell'intero sistema, ha la funzione di concentrare il campo elettromagnetico al di sotto del circuito stampato. Le caratteristiche elettriche del circuito sono determinate dallo spessore e dalla permittività del substrato su cui esso poggia. Un buon substrato deve avere basse perdite [4], così da ottimizzare l'efficienza del circuito, e basse tolleranze dei vari parametri, in particolare della permittività, la cui variazione determina un cambiamento non trascurabile sulla costante di propagazione in microstriscia, data da:

$$K = K_0 \sqrt{\epsilon_{eq}}$$

Il dielettrico deve inoltre essere isotropo, in modo che il suo comportamento in seguito ad una generica perturbazione sia indipendente dalla direzione della perturbazione stessa; nel mezzo non ci deve essere nessuna direzione "preferenziale".

3.3.1 Propagazione nelle strutture a microstriscia.

Nei dispositivi a microstriscia si propagano vari tipi di onde elettromagnetiche, che possono essere distinte in base alla diversa direzione di irradiazione. Il

meccanismo è analogo alla propagazione dovuta ad un dipolo elettrico posto sulla superficie di un substrato dielettrico (Fig.3.5), il quale irradia onde elettromagnetiche che, a seconda della direzione, possono essere distinte in quattro tipi, ognuno con caratteristiche di propagazione diverse:

- Onde guidate
- Onde superficiali trasmesse nel dielettrico
- Onde disperse alla superficie dielettrico-aria
- Onde irradiate nello spazio libero

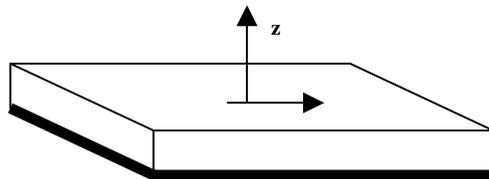


Figura 3.5: dipolo elettrico su un substrato.

Le Onde guidate (Fig.3.6) si propagano all'interno del dielettrico quando questo è metallizzato su entrambe le facce; la struttura si comporta in tal caso come una guida d'onda a piani paralleli e può essere utilizzata come linea di trasmissione.

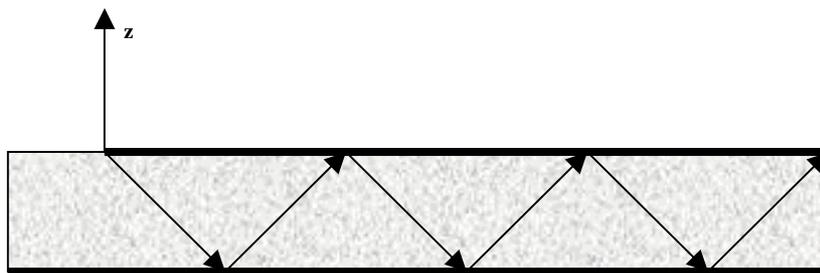


Figura 3.6: onde guidate.

Le Onde superficiali (Fig.3.7) sono quelle che si trasmettono nel dielettrico quando l'angolo di incidenza θ all'interfaccia dielettrico-aria è compreso fra $\pi/2$ e $\pi - \arcsin(1/\sqrt{\epsilon_r})$: in tal caso infatti le onde vengono riflesse sia dal ground plane e

sia all'interfaccia dielettrico-aria (riflessione totale), propagandosi quindi all'interno del dielettrico. Questo tipo di onde si attenua al crescere della distanza r come $1/\sqrt{r}$ ed è causa di una diminuzione di efficienza della struttura (perdita di potenza), di fenomeni di accoppiamento fra più elementi di un circuito, e danno inoltre un contributo indesiderato all'irradiazione (diffrazione sui bordi).

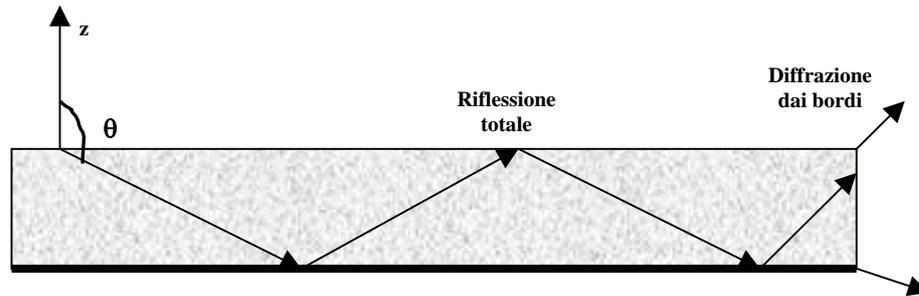


Figura 3.7: Onde superficiali.

Le Onde disperse (Fig.3.8), o "leaky waves", sono quelle che si trasmettono nel dielettrico quando l'angolo di incidenza θ all'interfaccia dielettrico-aria è compreso fra $\pi - \arcsin(1/\sqrt{\epsilon_r})$ e π : in questo caso le onde subiscono riflessione totale sul ground plane, ma vengono riflesse solo parzialmente all'interfaccia dielettrico-aria, disperdendosi progressivamente nello spazio e contribuendo così all'irradiazione.

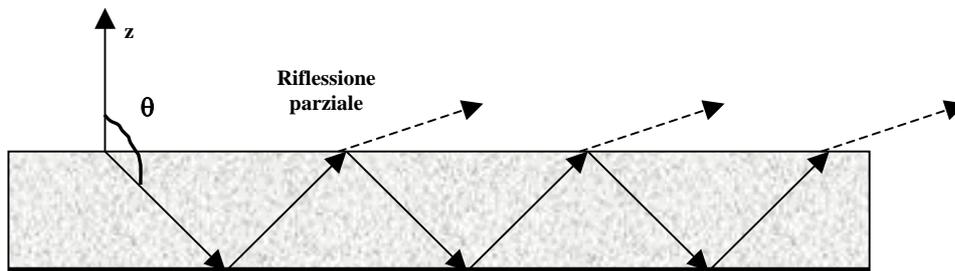


Figura 3.8 : Onde disperse.

Si hanno infine Onde irradiate nello spazio libero (Fig.3.9) quando l'angolo di incidenza θ alla superficie di separazione aria-dielettrico è compreso fra 0 e $\pi/2$.

L'ampiezza di tali onde, al crescere della distanza r , diminuisce come $1/r$; esse sono accentuate nelle antenne e minimizzate il più possibile nelle linee di trasmissione.

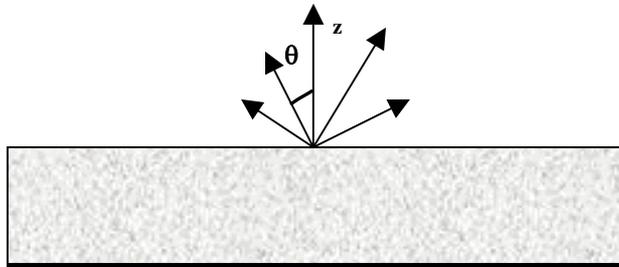


Figura 3.9 : onde irradiate.

3.3.2 Requisiti di antenne e circuiti.

Dalla descrizione delle varie onde che possono viaggiare nelle strutture a microstriscia, si capisce facilmente che il comportamento di quest'ultima dipenderà da quale tipo di onde sono in essa maggiormente eccitate.

Se l'effetto predominante è quello delle onde guidate, cioè il campo rimane concentrato nella regione sottostante il circuito metallico, la microstriscia si comporta come una *linea di trasmissione*.

Se invece l'effetto principale è quello delle onde irradiate nello spazio, la struttura si comporta come una *antenna*.

Infine, se sono molto forti le onde superficiali, la struttura a microstriscia si comporta come un *accoppiatore*.

Parametri importanti per caratterizzare il comportamento della microstriscia come antenna, linea di trasmissione o accoppiatore sono spessore e permittività del substrato dielettrico su cui essa è costruita; in Tabella 3.1 sono espresse le relazioni fra requisiti del dielettrico e tipo di onde predominanti.

Per avere una antenna efficiente, ossia per massimizzare la potenza irradiata, sono necessari substrati spessi e di bassa costante dielettrica, e queste caratteristiche

sono opposte a quelle di un substrato necessario ad avere una linea di trasmissione efficiente.

Pertanto si rende necessario un compromesso fra queste due opposte esigenze se si vuole accoppiare direttamente (e quindi utilizzando un unico substrato) l'antenna con la linea di trasmissione di alimentazione.

Permittività ϵ_r	Substrato sottile	Substrato spesso
Bassa	-----	Onde irradiate
Alta	Onde guidate	Onde superficiali

Tabella 3.1 : relazioni fra requisiti del dielettrico e onde predominanti.

La soluzione migliore è però quella di utilizzare due substrati differenti, il primo ottimizzato per l'irradiazione ed il secondo per la propagazione guidata, separati da un ground plane comune sul quale è realizzata una apertura (che sia però piccola rispetto alle dimensioni dell'antenna e sensibilmente fuori risonanza) per accoppiare antenna e microstrip di alimentazione.

3.3.3 Caratteristiche e struttura delle antenne in microstriscia.

Il sempre più vasto utilizzo di circuiti stampati ha condotto all'idea di costruire elementi radianti e linee di trasmissione che li connettono utilizzando la stessa tecnologia. Le antenne costituite da patch di materiale conduttore su un substrato dielettrico sopra un piano di massa sono chiamate "Antenne a microstriscia". Il patch è tipicamente di forma rettangolare o circolare, con dimensioni dell'ordine di mezza lunghezza d'onda. Altre forme come diamante, triangolo, anello possono essere usate. Il maggior vantaggio delle antenne a microstriscia è dato dalla loro facilità di costruzione ed ai costi di produzione relativamente bassi. Altri vantaggi sono la configurazione compatta e la possibilità di montare l'antenna attorno a

superfici curve, come ad esempio una fusoliera di aereo, stampando gli elementi su di un substrato di materiale flessibile.

Essenzialmente la zona di dielettrico compresa fra il patch ed il ground plane si comporta come una cavità risonante con perdite, dove la perdita predominante è quella dovuta all'irradiazione dai contorni aperti. Poiché l'altezza del patch sopra il ground plane è molto piccola, anche la potenza irradiata è abbastanza piccola ed il risuonatore presenta un Q relativamente alto (dell'ordine di $25\div 100$). Di conseguenza la larghezza di banda dell'antenna è piccola, di solito qualche %, e questo è uno svantaggio di questi tipi di antenne. Altri svantaggi sono la bassa capacità di trasportare potenza, il limitato guadagno e la bassa direttività.

Le antenne a microstrip hanno trovato applicazione nella telemetria, nelle comunicazioni via satellite e in vari sistemi radar militari operanti nella banda di frequenza compresa tra 1 e 10 Ghz.

Al di sopra della banda X, invece, le applicazioni sono meno frequenti per la necessità di usare costosi substrati a basse perdite.

Integrando l'antenna a microstrip con un modulo ricevente o trasmettente a stato solido si ha la possibilità di costruire grandi sistemi di array di antenne, con tutti gli elementi attivi, controllati singolarmente. Sono così possibili varie configurazioni di antenne a basso costo per il signal processing.

Come si è detto nel paragrafo precedente, affinché le antenne in microstriscia siano efficienti come antenne, esse devono essere strutturate in modo tale da massimizzare la potenza irradiata, e quindi il substrato dovrà essere sufficientemente spesso e di bassa costante dielettrica.

L'ampiezza delle correnti che scorrono sul patch, e quindi la potenza irradiata, diventano significative quando la frequenza di funzionamento diventa prossima ad una delle frequenze di risonanza della struttura; il modo fondamentale, cioè quello a cui corrisponde la frequenza di risonanza più bassa, si ha in corrispondenza di lunghezze d'onda nel dielettrico prossime alla metà della dimensione maggiore della struttura.

Tipicamente, quando la frequenza di lavoro è prossima alla risonanza, l'antenna irradia un largo fascio "broadside" al piano del patch con una efficienza discreta.

3.3.4 Tipi di alimentazione.

Quando si progetta un sistema radiante utilizzando antenne a microstriscia si deve porre particolare attenzione non soltanto alla forma di tali antenne, ma anche al modo in cui alimentarle. Vi sono sostanzialmente tre modi diversi in cui si può alimentare il patch: se il sistema di alimentazione è complanare con l'elemento radiante si ha "accoppiamento diretto"; se l'alimentazione è posta su di un altro substrato si ha "accoppiamento tramite apertura"; oppure si possono realizzare connessioni di cavo coassiale.

In molti casi di allineamenti, comunque, si usa una alimentazione con cavo per il punto di ingresso, utilizzando una delle altre tecniche per distribuire il segnale alle varie antenne. Vediamo più in dettaglio i vari tipi di alimentazione.

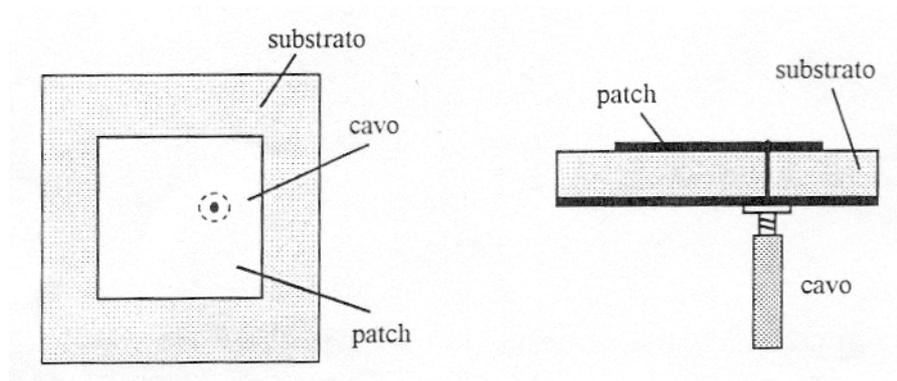


Figura 3.10 : antenna alimentata con cavo coassiale: a) vista dall'alto; b) vista da un lato.

Nell'accoppiamento con cavo coassiale, l'alimentazione è fornita da un cavo coassiale la cui anima è connessa al patch, e la cui calza è collegata al ground plane (Fig.3.10). Questo tipo di alimentazione ha il vantaggio che l'impedenza di ingresso desiderata si ottiene posizionando opportunamente il cavo stesso; inoltre il cavo può essere posto sotto il ground plane per minimizzare l'accoppiamento fra "feed" e patch, e quindi la radiazione spuria dovuta alla linea di alimentazione. In tal modo si possono ottimizzare le caratteristiche del substrato ed ottenere una antenna più efficiente. A questi vantaggi si contrappongono : il grosso svantaggio che la struttura col cavo non è completamente monolitica e quindi diviene più

difficile e costosa da produrre, non potendo integrare antenna ed alimentazione su una struttura piana; la complessità nel realizzare grandi array; i problemi introdotti dai connettori (riflessione, attenuazione, shift di frequenza) che si fanno sempre più sentire al crescere della frequenza.

Nell'*accoppiamento diretto*, l'antenna è alimentata con una linea di trasmissione a microstrip direttamente connessa al patch (Fig.3.11). Questo tipo di alimentazione, che risulta piuttosto semplice e permette costi di realizzazione molto contenuti, presenta però numerosi svantaggi. Infatti la linea a microstriscia ha lo svantaggio di introdurre alcune radiazioni di suo, ed offre una minore flessibilità nell'ottenimento dell'impedenza di ingresso opportuna. Spesso è necessario un trasformatore a $\lambda/4$ con una appropriata impedenza caratteristica per adattare l'impedenza dell'antenna a quella della stripline, oppure inserire la stripline di alimentazione in una zona interna del patch, che presenta una impedenza più bassa.

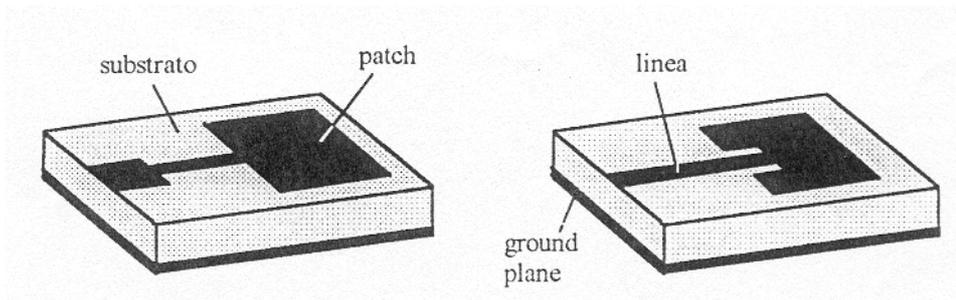


Figura 3.11: antenna alimentata con microstriscia:
 a) adattata a $\lambda/4$; b) con inserimento della strip dentro il patch.

Un ulteriore svantaggio è dovuto alla necessità di utilizzare un unico substrato per la stripline ed il patch, rendendo così necessario un compromesso fra esigenze opposte e quindi si ha l'impossibilità di ottimizzare le funzioni delle due strutture. Si ha inoltre una asimmetria fra i lati del patch e quindi compaiono effetti parassiti, soprattutto alle frequenze più alte; infine la realizzazione di array con numerosi elementi può essere difficoltosa anche a causa di forti effetti di accoppiamento indesiderato.

Nell'*accoppiamento tramite apertura*, il patch e la strip di alimentazione sono realizzati su due substrati diversi, che hanno però il ground plane in comune, e l'accoppiamento fra le due strutture si ottiene tramite una piccola apertura nel piano di massa (Fig.3.12). In tal modo le due funzioni di irradiazione e di trasmissione guidata vengono completamente separate ed è così possibile ottimizzare entrambe le funzioni. Si può quindi utilizzare un substrato sottile, con elevata costante dielettrica, per l'alimentazione, ed un substrato spesso, con bassa ϵ_r , per il patch.

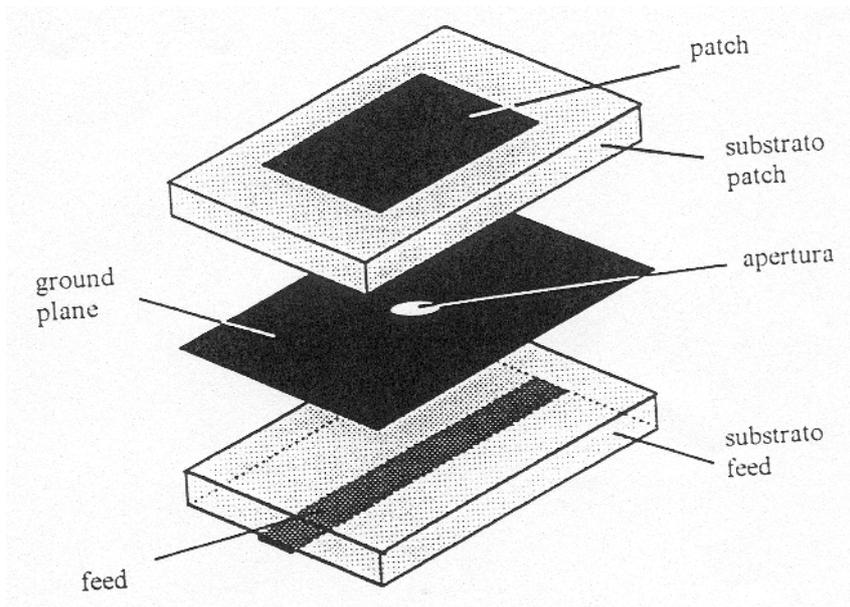


Figura 3.12: antenna accoppiata tramite apertura (vista delle parti componenti).

L'apertura deve soddisfare fondamentalmente due requisiti : deve essere di piccole dimensioni rispetto all'elemento radiante, in modo da non risuonare nella banda di frequenza di funzionamento dell'antenna; deve essere posta abbastanza lontano dai bordi del patch, in modo da evitare irradiazioni parassite.

Lo svantaggio più grave di questo tipo di accoppiamento è la sua difficoltà progettuale e costruttiva. Tuttavia un sempre maggiore interesse viene dedicato alle tecniche di accoppiamento tramite apertura, poiché esse consentono grande libertà di progetto: è infatti possibile scegliere dimensione, posizione e forma

della slot, nonché i parametri dei substrati e la dimensione e la geometria della stripline che funge da alimentazione.

3.4 Il Metodo dei Momenti (MoM).

Le caratteristiche dei moderni calcolatori hanno creato i presupposti per sviluppare metodi di risoluzione numerica per un'ampia classe di problemi elettromagnetici spesso privi di una soluzione analitica. Tra i diversi metodi di soluzione numerica, riportati in letteratura, presenteremo il metodo dei momenti, inizialmente introdotto da Harrington [5], che verrà utilizzato in questa tesi per la soluzione di equazioni integrali utilizzando la formulazione proposta da Galerkin [5]. Il metodo dei momenti è un metodo generale applicabile a una lunga classe di problemi elettromagnetici ed è quello che più facilmente consente di trattare strutture aperte e problemi in cui compaiono aperture che possano essere trattate tramite il teorema di equivalenza per il quale si scelgono come incognite le correnti elettriche e magnetiche. Questo metodo risulta dunque particolarmente adatto allo studio rigoroso di slot in guida d'onda (e come vedremo in microstriscia, dato che essa può essere vista come una guida d'onda a pareti magnetiche), che possono essere schematizzate tramite correnti magnetiche equivalenti. Esistono molte versioni e varianti del metodo dei momenti, ognuna più adatta delle altre a trattare un particolare tipo di problema. Il concetto alla base del metodo dei momenti è quello di ridurre un'equazione integrale ad un opportuno sistema di equazioni lineari, che è possibile risolvere con le tecniche usuali (o con tecniche ad hoc). Per fare questo si sviluppano le funzioni incognite in una base nota e si proietta poi l'equazione integrale su di un'altra base. L'equazione integrale può derivare da condizioni sui campi o sui potenziali e può essere scritta nel dominio spaziale o in quello spettrale. Le funzioni di base possono essere uguali alle funzioni di espansione (metodo di Galerkin) o possono essere scelte in modo opportuno, sulla base del problema da trattare. Inoltre le singole funzioni possono essere definite su una piccola parte della struttura (funzioni a sottodominio) o su tutta la struttura

(funzioni a dominio intero) e all'occorrenza possono tenere conto di richieste di carattere fisico come ad esempio il comportamento del campo sugli spigoli.

3.4.1 Descrizione del Metodo dei Momenti.

Il metodo dei momenti è una procedura generale che consente di risolvere per via numerica equazioni lineari. Consideriamo un'equazione non omogenea:

$$L(f) = g \quad (3.12)$$

dove L è l'operatore lineare, g è nota ed f deve essere determinata. Possiamo espandere la funzione f in una serie di funzioni definite nel dominio di L

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (3.13)$$

dove gli α_n sono costanti da determinare. Chiameremo le f_n funzioni di base o funzioni di espansione. Per ottenere dalla (3.13) la soluzione esatta occorre usare una sommatoria infinita e scegliere come f_n una serie completa di funzioni di base. Essendo però interessati ad una soluzione approssimata ci limiteremo nella (3.13) ad una sommatoria finita, senza essere vincolati a scegliere per f_n un sistema completo. D'altra parte è necessario che le f_n siano linearmente indipendenti e scelte in modo che la relazione (3.13) approssimi la f in modo ragionevole. Sostituendo l'espressione (3.13) nella (3.12) otteniamo:

$$g = \sum \alpha_n L(f_n) \quad (3.14)$$

Introduciamo poi una serie di funzioni peso, o funzioni di test, w_1, w_2, \dots, w_n nel range di L e, supponendo fissato un opportuno prodotto interno $\langle g_1, g_2 \rangle$ nello spazio

dei dati, consideriamo il prodotto interno della (3.14) con ogni funzione w_m . Il risultato è il seguente:

$$\sum \alpha_n \langle w_n, Lf_n \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.15)$$

che può essere scritto in forma matriciale come:

$$\underline{A}\alpha = \underline{g} \quad (3.16)$$

Se la matrice A non è singolare, allora esiste la sua inversa \underline{A}^{-1} ; il vettore colonna α sarà dato da $\alpha = \underline{A}^{-1}\underline{g}$ e la soluzione f può essere ottenuta dalla (3.13).

La differenza fra le possibili implementazioni del metodo generale appena descritto sta essenzialmente nella scelta delle funzioni di base f_n e delle funzioni peso w_n , ed anche nell'ordine di troncamento della sommatoria nella (3.13). I fattori che determinano la scelta di f_n e w_n sono: l'accuratezza desiderata per la soluzione; la semplicità di valutazione degli elementi della matrice; la realizzazione di una matrice ben condizionata; la possibilità di ottenere una matrice con particolari proprietà. Si ricorda che nel caso in cui si scelgano le funzioni di base e le funzioni peso coincidenti, il metodo prende il nome di metodo di Galerkin.

3.4.2 Formulazione dell'equazione integrale del campo magnetico (MFIE) per una apertura.

Consideriamo inizialmente una apertura A in uno schermo di conduttore elettrico perfetto (C.E.P.) di spessore infinitesimo (vedi Fig. 3.13), investita da un campo incidente (valutato con l'apertura sostituita da C.E.P.).

E' possibile sostituire all'apertura una corrente magnetica equivalente (posta su di un C.E.P.), o più precisamente due correnti opposte sulle due facce della apertura (teorema di equivalenza) che si possono discretizzare come:

$$\underline{\tilde{M}}^A = \delta_G \zeta \sum_{n=1}^N a_n^A \underline{m}_n^A \quad (3.17)$$

dove δ_G vale ± 1 a seconda del lato considerato (e nel seguito si assumerà $\delta_G = -1$ dal lato del campo incidente). La costante $\zeta = 377 \Omega$ è usata per avere come coefficienti incogniti dei campi magnetici (e infatti $[a_n] = A/m$). Sulla apertura la continuità del

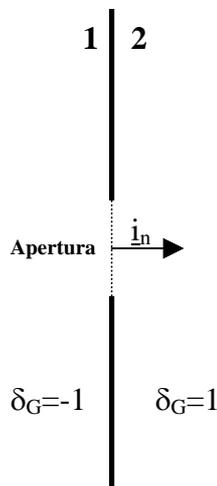


Figura 3.13: Apertura in uno schermo di conduttore elettrico perfetto.

campo elettrico tangente è automatica. Quella del campo magnetico va invece imposta:

$$\underline{H}_{2t} = \underline{H}_{1t} + \underline{H}_{inc,t} \quad (3.18)$$

dove i pedici 1 e 2 indicano la regione in cui viene calcolato il campo. Ovviamente \underline{H}_1 dipende da $\underline{\tilde{M}}^A$ dal lato 1, mentre \underline{H}_2 dipende da $\underline{\tilde{M}}^A$ dal lato 2. Riscrivendo la (3.17) come $\underline{\tilde{M}}^A = \delta_G \underline{M}^A$, e introducendo simbolicamente due funzioni di Green, la (3.18) diventa:

$$\langle \underline{G}_2^{AA}, \underline{M}^A \rangle_t = \langle \underline{G}_1^{AA}, -\underline{M}^A \rangle_t + \underline{H}_{inc,t} \quad (3.19)$$

dove i due apici su \underline{G} indicano la posizione del punto campo e della sorgente (nel nostro caso sempre la superficie A della apertura). Dalla (3.19) segue:

$$\langle \underline{G}_2^{AA} + \underline{G}_1^{AA}, \underline{M}^A \rangle_t = \underline{H}_{inc,t} \quad (3.20)$$

che è l'equazione integrale del metodo dei momenti. Utilizzando la discretizzazione (3.17) e proiettando su di una base opportuna si ottiene un sistema lineare nelle a_n^A che, risolto, consente di calcolare la corrente magnetica incognita e da questa tutto il comportamento elettromagnetico della apertura. Sostituendo dunque la (3.17) nella (3.20) si ha:

$$\zeta \sum a_n^A \langle \underline{G}_2^{AA} + \underline{G}_1^{AA}, \underline{m}_n^A \rangle_t = \underline{H}_{inc,t} \quad (3.21)$$

e quindi, proiettando sulle stesse \underline{m}_n^A (metodo di Galerkin):

$$\zeta \sum a_n^A \int_{S_A} \underline{m}_n^A \langle \underline{G}_2^{AA} + \underline{G}_1^{AA}, \underline{m}_n^A \rangle_t dS_A = \int_{S_A} \underline{m}_n^A \underline{H}_{inc,t} dS_A \quad (3.22)$$

con integrali (e campo incidente) calcolati sulla apertura A. Simbolicamente si ha:

$$\sum A_{mn}^A a_n^A = T_m^A \quad (3.23)$$

dove $[T_m] = A_m$ e quindi $[A_{mn}^A] = m^2$. Talvolta sarà necessario separare i contributi alla matrice A nelle due regioni 1 e 2 e scriveremo allora:

$$\underline{A}^{AA} = \underline{A}^{A1} + \underline{A}^{A2} \quad (3.24)$$

La generalizzazione a più aperture è ora ovvia. Ad ogni apertura si associa una corrente magnetica discretizzata secondo la (3.17) e si scrive una condizione di continuità del campo magnetico (3.18). Nello sviluppare la (3.18) per ottenere la (3.22) va poi tenuto conto che il campo su ognuno dei due lati della apertura dipende da più correnti magnetiche e che solo in una zona è presente il campo incidente. Ad esempio $\underline{H}_{1,t}^A$ dipende non solo dalla corrente magnetica \underline{M}_A (col suo segno) ma anche da tutte le correnti magnetiche relative alle altre aperture della regione 1, e così per tutti gli altri campi. Occorreranno quindi anche funzioni di Green con i due apici diversi, e quindi termini del tipo

$$\zeta a_n^B \int_{S_A} \underline{m}_m^A \langle \underline{G}_1^{AB}, \underline{m}_n^B \rangle_t dS_A \quad (3.25)$$

In particolare il contributo (3.25) è relativo all'effetto che la corrente posta sulla apertura B produce sulla apertura A (vedi Fig.3.14).

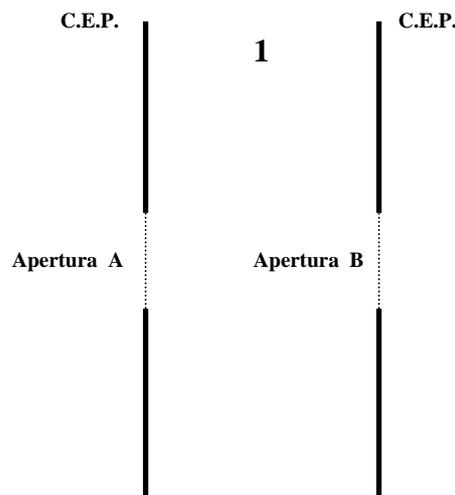


Figura 3.14: Due aperture su conduttore elettrico perfetto.

Si noti che la convenzione che si è utilizzata per gli apici della matrice di Green G , e di conseguenza per la matrice del MoM è: effetto-causa (che è anche il criterio usato per definire la matrice di scattering di una giunzione). Dal teorema di reciprocità segue che:

$$\int_{S_A} \underline{m}_m^A \langle \underline{G}_1^{AB}, \underline{m}_n^A \rangle_t dS_A = \int_{S_B} \underline{m}_n^B \langle \underline{G}_1^{BA}, \underline{m}_m^A \rangle_t dS_B \quad (3.26)$$

che usualmente consente di calcolare solo parte dei termini di accoppiamento tra le aperture. E' però ovvio che ciò è possibile solo se funzioni di espansione e funzioni di test coincidono (ovvero se si sta utilizzando il metodo di Galerkin). Formalmente il caso di più aperture (A,B, ...) e più regioni può essere ottenuto in una forma simile alla (3.23). Se riscriviamo la (3.23) come $\underline{A}^{AA} \cdot \underline{a}^A = \underline{T}^A$, la sua generalizzazione è ancora un sistema lineare ma con le matrici partizionate:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{AA} & \underline{A}^{AB} & \dots \\ \underline{A}^{BA} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}^A \\ \underline{a}^B \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}^A \\ \underline{T}^B \\ \dots \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Nella (3.27) $\underline{a}^A, \underline{a}^B, \dots$ sono i vettori delle incognite delle varie aperture e $\underline{T}^A, \underline{T}^B, \dots$ i vettori dei termini noti, che sono nulli se il campo incidente non insiste sulla apertura, altrimenti hanno la stessa espressione del secondo membro della (3.22). Le matrici diagonali \underline{A}^{AA} e \underline{A}^{BB} hanno la stessa espressione del primo membro della (3.22), mentre le altre sono matrici di accoppiamento e hanno la forma della (3.25). Precisamente la (3.25) è A_{mn}^{AB} , dove gli indici m, n sono relativi ad aperture diverse, e dal teorema di reciprocità $A_{mn}^{AB} = A_{nm}^{BA}$, ossia:

$$\underline{A}^{AB} = (\underline{A}^{BA})^T \quad (3.28)$$

Naturalmente la (3.27) ha solo valore simbolico. Si vedrà in seguito come va esplicitata nei casi di interesse, tenendo conto ad esempio che se due aperture sono molto vicine (e uguali), come ad esempio per una slot tagliata in una parete di spessore non infinitesimo, conviene usare come incognita la differenza dei coefficienti incogniti, al posto di uno dei due, per ottenere un sistema meglio condizionato.

3.4.3 Espansione dei campi in termini del potenziale vettore.

Gli elementi di matrice A_{mn} della (3.23) sono essenzialmente delle reazioni di un campo magnetico su di una corrente magnetica. In molti casi conviene esprimere il campo in termini di potenziale vettore. E' utile quindi ottenere le espressioni esplicite degli elementi di matrice in questi casi. Per ottenere il potenziale vettore $\underline{\mathbf{F}}$ (di Fitzgerald) partiamo dalle equazioni di Maxwell nel dominio della frequenza per un mezzo lineare e omogeneo nel tempo. La loro soluzione generale può essere espressa in termini di due potenziali $\underline{\mathbf{F}}$ e Ψ come:

$$\underline{\mathbf{E}} = \nabla \times \underline{\mathbf{F}} \quad (3.29)$$

$$\underline{\mathbf{H}} = j\omega\varepsilon\underline{\mathbf{F}} + \nabla\Psi \quad (3.30)$$

Possiamo richiedere che i potenziali soddisfino la gauge di Lorentz:

$$\nabla \cdot \underline{\mathbf{F}} + j\omega\mu\Psi = 0 \quad (3.31)$$

ottenendo, dalle equazioni di Maxwell:

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{F}} + k^2 \underline{\mathbf{F}} = \underline{\mathbf{M}} \quad (3.32)$$

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \cdot \underline{\mathbf{M}} \quad (3.33)$$

Naturalmente ψ è inutile, in quanto dalla (3.31) si ottiene:

$$\Psi = -\frac{j}{\omega\mu} \nabla \cdot \underline{F} \quad (3.34)$$

e, noto \underline{E} , si ottiene \underline{H} come:

$$\underline{H} = j\omega\varepsilon \left[\underline{F} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \underline{F} \right] \quad (3.35)$$

con $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$ costante di propagazione caratteristica del mezzo. Sui C.E.P. la condizione al contorno su E_t diventa:

$$\underline{i}_n \times \nabla \times \underline{F} = 0 \quad (3.36)$$

cui conviene aggiungere quella sulla componente normale di \underline{H} :

$$\underline{F} \cdot \underline{i}_n + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial n} \nabla \cdot \underline{F} = 0 \quad (3.37)$$

A questo punto si riprende l'espressione dell'elemento di matrice:

$$\int_{S_B} \underline{m}_m^B \cdot \underline{H}_n^{BA} dS_B \quad (3.38)$$

dove $\underline{H}_n^{BA} = \langle \underline{G}^{BA}, \underline{m}_n^a \rangle$. Ovviamente se A e B coincidono la matrice \underline{G} sarà una delle due funzioni di Green \underline{G}_1 o \underline{G}_2 , ovvero la (3.38) è uno dei due contributi all'elemento di matrice. Sostituendo la (3.35) si ottiene:

$$j\omega\varepsilon \left\{ \int_{S_B} \underline{m}_m^B \cdot \underline{F}_n^{BA} dS_B + \frac{1}{k^2} \int_{S_B} \underline{m}_m^B \cdot [\nabla \nabla \cdot \underline{F}]_n^{BA} dS_B \right\} \quad (3.39)$$

in cui \underline{F} e $\nabla\nabla\cdot\underline{F}$ hanno come sorgente \underline{m}_n^A posta sulla superficie A e sono calcolate sulla superficie B . Si noti comunque che, come segue da (3.33, 3.34), $\nabla\cdot\underline{F}$ ha, in realtà, come sorgente $\nabla\cdot\underline{m}_n$. Al secondo termine della (3.39) possiamo applicare il teorema della divergenza e, se $\underline{i}_n\cdot\underline{m}_n=0$ dove \underline{i}_n è la normale al contorno della apertura B (giacente sulla superficie) allora (sottintendendo apici e pedici) si ha:

$$\int_S \underline{m}\cdot\nabla\nabla\cdot\underline{F}dS = -\int_S (\nabla\cdot\underline{m})\cdot(\nabla\cdot\underline{F})dS \quad (3.40)$$

e quindi l'elemento di matrice diventa:

$$j\omega\varepsilon\left\{\int_{S_B} \underline{m}_m^B\cdot\underline{F}_n^{BA}dS_B - \frac{1}{k^2}\int_{S_B} (\nabla\cdot\underline{m}_m^B)\cdot[\nabla\cdot\underline{F}]_n^{BA}dS_B\right\} \quad (3.42)$$

3.4.4 Equazioni in caso di due o più aperture in cascata.

Finora abbiamo considerato esplicitamente solo le equazioni relative ad una apertura (3.22).

Conviene esplicitare anche i casi di interesse con più aperture, esaminando il caso di aperture in cascata (vedi Fig.3.15), in cui le varie regioni sono separate e comunicano solo tramite le relative aperture. Assumiamo ancora come '1' la regione del campo incidente, che arriva dal lato $\delta_G=-1$ della apertura A , e numeriamo consecutivamente regioni e aperture, mantenendo la sequenza $\delta_G=-1$, $\delta_G=1$ per tutte le aperture (ovvero da sinistra a destra in Fig.3.15). Le condizioni di continuità diventano:

$$(3.43)$$

$$\begin{aligned}
 < \underline{G}_1^{AA}, -\underline{M}^A >_t + \underline{H}_{inc,t} = < \underline{G}_2^{AA}, \underline{M}^A >_t + < \underline{G}_2^{AB}, -\underline{M}^B >_t \\
 < \underline{G}_2^{BB}, -\underline{M}^B >_t + < \underline{G}_2^{BA}, \underline{M}^A >_t = < \underline{G}_3^{BB}, \underline{M}^B >_t + < \underline{G}_3^{BC}, -\underline{M}^C >_t
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

e così via. Solo sull'ultima equazione manca il secondo termine a secondo membro. Si possono riscrivere le (3.43, 3.44) nella forma:

$$< \underline{G}_1^{AA} + \underline{G}_2^{AA}, \underline{M}^A >_t = \underline{H}_{inc,t} + < \underline{G}_2^{AB}, \underline{M}^B >_t \tag{3.45}$$

$$< \underline{G}_2^{BB} + \underline{G}_3^{BB}, \underline{M}^B >_t = < \underline{G}_2^{BA}, \underline{M}^A >_t + < \underline{G}_3^{BC}, \underline{M}^C >_t \tag{3.46}$$

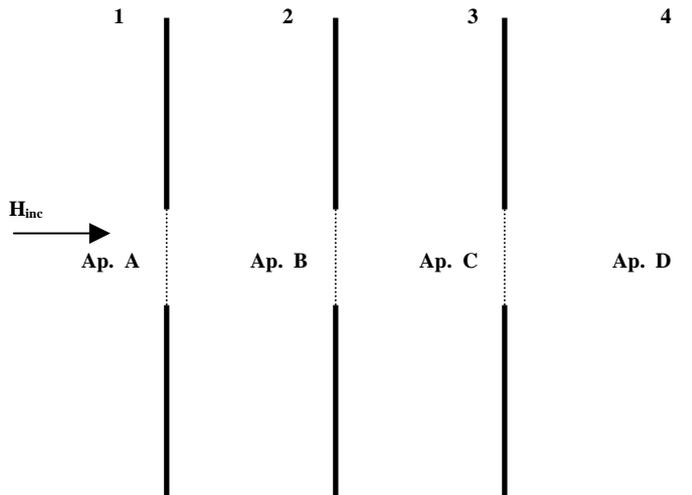


Figura 3.15: Quattro aperture in cascata.

Nelle (3.45, 3.46) risultano separati i termini di autoreazione a primo membro, da quelli di accoppiamento a secondo membro. Proiettando sulle funzioni di test, le (3.45, 3.46) diventano:

$$\sum A_{mn}^{AA} a_n^A = T_m^A + \sum A_{mn}^{AB} a_n^B \quad (3.47)$$

$$\sum A_{mn}^{BB} a_n^B = \sum A_{mn}^{BA} a_n^A + \sum A_{mn}^{BC} a_n^C \quad (3.48)$$

e similari. Si noti comunque che i vari indici n ed m sono in realtà diversi ed andrebbero scritti con pedici che indicano la superficie di interfaccia a cui si riferiscono. Per non appesantire la notazione, tali pedici sono stati omessi; basta ricordare che ogni n è relativo all'apertura del punto sorgente (ossia in riferimento alla 3.47 il primo n dovrebbe essere n_A ed il secondo n_B) ed ogni m è relativo all'apertura del punto campo. In termini matriciali si ha:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{AA} & -\underline{A}^{AB} & 0 \\ -\underline{A}^{BA} & \underline{A}^{BB} & -\underline{A}^{BC} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}^A \\ \underline{a}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

Ricordando la (3.28) si può scrivere la precedente come::

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{AA} & -\underline{A}^{AB} & 0 \\ -(\underline{A}^{AB})^T & \underline{A}^{BB} & -\underline{A}^{BC} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}^A \\ \underline{a}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

3.4.5 Equazioni per aperture in pareti spesse.

Se una o più aperture è ottenuta in una parete spessa (vedi Fig.3.16), si può ovviamente utilizzare l'analisi del paragrafo precedente. In tal caso, comunque, dato che $\underline{a}^A \cong \underline{a}^B$, il sistema lineare del MoM rischia di essere mal condizionato. E' opportuno allora sostituire il termine \underline{a}^B con la differenza:

$$\underline{x}^B = \frac{1}{D_A} (\underline{a}^B - \underline{a}^A) \tag{3.51}$$

dove D_A è la distanza tra le due aperture A e B. Ovviamente le equazioni si modificheranno di conseguenza. Consideriamo la (3.50) per tre regioni e due aperture:

$$\underline{A}^{AA} \underline{a}^A - \underline{A}^{AB} \underline{a}^B = \underline{T}^A \tag{3.52}$$

$$-(\underline{A}^{AB})^T \underline{a}^A + \underline{A}^{BB} \underline{a}^B = 0 \tag{3.53}$$

A questo punto si possono separare le matrici \underline{A}^{AA} ed \underline{A}^{BB} nei contributi delle due regioni che si affacciano sulle rispettive sezioni A e B. Indichiamo i contributi interni (relativi al campo nella zona 2) rispettivamente con \underline{Y}_{11} e \underline{Y}_{22} . Poniamo

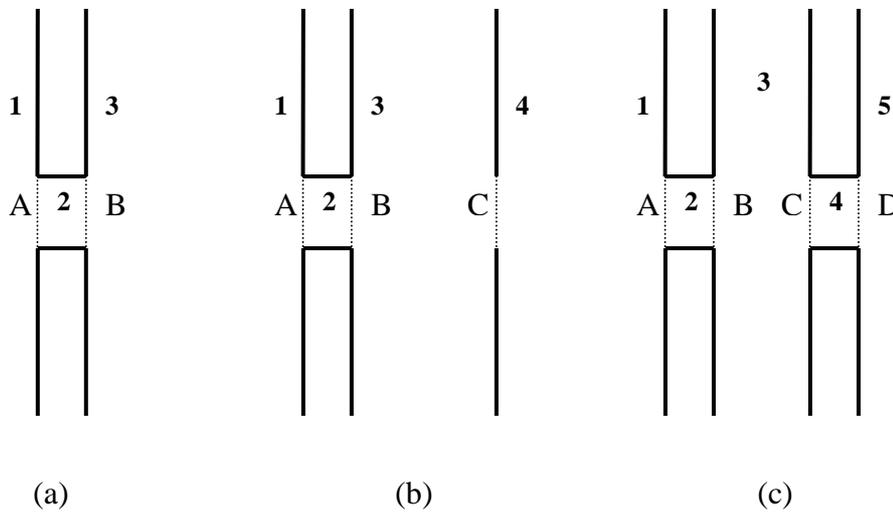


Figura 3.16: Aperture in pareti spesse.

inoltre $\underline{A}^{AB} = \underline{Y}_{12}$ in modo da esplicitare il fatto che il contributo della regione 2 è la matrice di ammettenza della regione. Poiché dalla (3.51) segue:

$$\underline{a}^B = \underline{a}^A + D_A \underline{x}^B \quad (3.54)$$

si ha:

$$\left(\underline{A}^{A1} + \underline{Y}_{11} \right) \underline{a}^A - \underline{Y}_{12} \left(\underline{a}^A + D_A \underline{x}^B \right) = \underline{T}^A \quad (3.55)$$

$$\left(-\underline{Y}_{12} \right)^T \underline{a}^A + \left(\underline{A}^{B3} + \underline{Y}_{22} \right) \left(\underline{a}^A + D_A \underline{x}^B \right) = 0 \quad (3.56)$$

che si può scrivere in forma matriciale come:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} + (\underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12}) & -D_A \underline{Y}_{12} \\ \underline{A}^{B3} + (\underline{Y}_{22} - (\underline{Y}_{12})^T) & D_A \underline{A}^{B3} + D_A \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}^A \\ \underline{x}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.57)$$

Se introduciamo una matrice di spessore \underline{S} :

$$\begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12} & -D_A \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{22} - (\underline{Y}_{12})^T & D_A \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \quad (3.58)$$

è possibile scrivere la (3.57) come:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} + \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} \\ \underline{S}_{21} & \underline{A}^{B3} + \underline{S}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}^A \\ \underline{x}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

che risolve il problema per il caso in Fig.3.16a. E' però possibile avere più aperture con uno o più spessori. In tal caso conviene determinare una procedura generale per tenere conto dello spessore. Si parte costruendo prima la matrice senza il contributo di tutte le regioni considerate spessore (cioè quelle in cui si usa la differenza della (3.51)), ed inserendo quindi solo i contributi esterni per le auto-reazioni delle aperture che delimitano gli spessori:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{A}^{B3} & -\underline{A}^{BC} \\ 0 & -(\underline{A}^{BC})^T & \underline{A}^{CC} \end{pmatrix} \quad (3.60)$$

mentre le aperture che non insistono su spessori sono trattate normalmente. Successivamente la colonna della seconda apertura di ogni spessore va aggiunta a quella della prima e va moltiplicata per D_A , ottenendo:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} & 0 & \dots \\ \underline{A}^{B3} & D_A \underline{A}^{B3} & -\underline{A}^{BC} \\ -(\underline{A}^{BC})^T & -D_A (\underline{A}^{BC})^T & \dots \end{pmatrix} \quad (3.61)$$

Infine si somma ai quattro elementi collegati da ogni spessore la corrispondente matrice di spessore \underline{S} in modo da ottenere una forma simile alla (3.59):

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} + \underline{S}_{11} & \underline{S}_{12} & \dots \\ \underline{A}^{B3} + \underline{S}_{21} & D_A \underline{A}^{B3} + \underline{S}_{22} & -\underline{A}^{BC} \\ -(\underline{A}^{BC})^T & -D_A (\underline{A}^{BC})^T & \dots \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Si noti comunque che ogni spessore fa modificare solo le due colonne corrispondenti alle aperture che lo delimitano. Se per il caso della matrice (3.62) vi fosse un ulteriore spessore tra C e D, ovvero la regione 4 di Fig.3.16c, l'elemento di matrice (3,3) verrebbe modificato da questo spessore, con una struttura finale del tipo:

$$\begin{pmatrix} \underline{A}^{A1} + \underline{S}_{11}^{(2)} & \underline{S}_{12}^{(2)} & 0 & 0 & \dots \\ \underline{A}^{B3} + \underline{S}_{21}^{(2)} & D_A \underline{A}^{B3} + \underline{S}_{22}^{(2)} & -\underline{A}^{BC} & 0 & \dots \\ -(\underline{A}^{BC})^T & -D_A (\underline{A}^{BC})^T & \underline{A}^{C3} + \underline{S}_{11}^{(4)} & \underline{S}_{12}^{(4)} & \dots \\ 0 & 0 & \underline{A}^{D5} + \underline{S}_{21}^{(4)} & D_A \underline{A}^{D5} + \underline{S}_{22}^{(4)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

dove $\underline{S}^{(2)}$ ed $\underline{S}^{(4)}$ sono rispettivamente le matrici di spessore delle regioni (2) e (4) in Fig.3.16c.

3.4.6 Calcolo della funzione di Green in guida omogenea.

In questo paragrafo ci occuperemo della determinazione della funzione di Green per il potenziale vettore \underline{F} in una guida rettangolare di dimensioni a e b , riempita con un dielettrico omogeneo. Per determinare il potenziale vettore \underline{F} e la sua divergenza in una guida riempita con un dielettrico omogeneo, tenendo presente le (3.33, 3.34), possiamo espandere F in autofunzioni del laplaciano [6]:

$$\nabla^2 \Psi + \lambda \Psi = 0 \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \nabla_t^2 \Psi + \lambda \Psi = 0 \quad (3.65)$$

Scegliendo la dipendenza da z come $e^{j\omega z}$ si ottiene:

$$\nabla_t^2 \Psi + \lambda \Psi - \omega^2 \Psi = 0 \quad (3.66)$$

e, ponendo $k_t^2 = \lambda - \omega^2 = 0$, si ottiene:

$$\nabla_t^2 \Psi + k_t^2 \Psi = 0 \quad (3.67)$$

Ogni autofunzione vettoriale può essere decomposta in una autofunzione solenoidale a sua volta separabile in due funzioni \underline{M} ed \underline{N} e in una irrotazionale \underline{L} . Le funzioni \underline{M} , \underline{N} ed \underline{L} possono essere ricavate da tre funzioni scalari ψ_l , ψ_e , ψ_h , soluzioni dell'equazione di Helmholtz scalare:

$$\underline{M} = \nabla \times (\Psi_l e^{-j\omega z} \underline{i}_z) \quad (3.68)$$

$$\underline{L} = \nabla (\Psi_e e^{-j\omega z}) \quad (3.69)$$

$$\sqrt{\lambda} \underline{N} = \nabla \times \nabla \times (\Psi_h e^{-j\omega z} \underline{i}_z) \quad (3.70)$$

Le autofunzioni sono una doppia infinità e dunque il potenziale \underline{F} si può esprimere nella forma:

$$\underline{F} = \sum_{n,m} \int [a_{n,m} \underline{M}_{n,m}(\underline{r}, \omega) + b_{n,m} \underline{N}_{n,m}(\underline{r}, \omega) + c_{n,m} \underline{L}_{n,m}(\underline{r}, \omega)] d\omega \quad (3.71)$$

Imponendo le condizioni al contorno per i potenziali ψ_l , ψ_e , ψ_h e risolvendo l'integrale (3.71) si ottiene:

$$\begin{aligned} \underline{F} = & -\frac{j}{2} \sum_{n,m} \frac{\varepsilon_{n0} \varepsilon_{m0}}{\beta_{nm} ab} \left[\sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{a} \underline{i}_x \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \sin \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{a} \underline{i}_x \cdot \underline{M} dV' + \right. \\ & \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{a} \underline{i}_y \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \sin \frac{m\pi y'}{a} \underline{i}_y \cdot \underline{M} dV' + \\ & \left. \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{a} \underline{i}_z \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{a} \underline{i}_z \cdot \underline{M} dV' \right] \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \underline{F} = & -\frac{j}{2} \sum_{n,m} \frac{\varepsilon_{n0} \varepsilon_{m0}}{\beta_{nm} ab} \\ & \left[\cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{a} \underline{i}_z \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{a} \underline{i}_z \cdot \nabla \cdot \underline{M} dV' \right] \end{aligned} \quad (3.73)$$

dove β_{nm} è la costante di propagazione per l' nm -esimo modo, ε_{n0} le note costanti di normalizzazione in guida rettangolare e \underline{M} una distribuzione di corrente magnetica generica.

3.4.7 Considerazioni generali sul Metodo dei Momenti.

Le funzioni di Green (3.72, 3.73) sono espresse sotto forma di una serie infinita in n ed m . E' evidente che, per poter calcolare gli elementi di matrice, questa serie deve essere troncata in corrispondenza ai valori \tilde{n}, \tilde{m} in modo tale che:

$$\left(\frac{\tilde{n}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{m}\pi}{a}\right)^2 < \left(\frac{N_G\pi}{a}\right)^2 \quad (3.74)$$

con N_G scelto in modo da avere un errore di troncamento trascurabile. Si osservi come, per problemi di convergenza relativa [7], è poi necessario scegliere \tilde{n} ed \tilde{m} in modo tale che:

$$\tilde{m} = \text{int} \left[\frac{b}{a} \tilde{n} \right] \quad (3.75)$$

Un altro fattore da tenere presente nell'implementazione della tecnica utilizzata in questa tesi riguarda la scelta delle funzioni di espansione per la corrente magnetica che, per i problemi che studieremo, sono funzioni a dominio intero (definite cioè su tutta l'apertura). In particolare verranno utilizzate funzioni sinusoidali, particolarmente adatte per aperture rettangolari, come quelle che verranno prese in considerazione nei paragrafi successivi. Per rappresentare esattamente la corrente magnetica su una apertura mediante una espressione del tipo (3.17) occorrerebbero infinite equazioni. In genere si accetta una approssimazione della corrente sull'apertura troncando la serie ad un numero \bar{N} finito, da scegliere opportunamente in modo da garantire la convergenza dei risultati. Dalla soluzione del sistema lineare relativo al Metodo dei Momenti si ottengono le correnti incognite e, da queste, con semplici passaggi, i parametri caratteristici della struttura sotto analisi, ad esempio impedenza di ingresso o parametri di scattering. Solitamente interessa la risposta della struttura al variare della frequenza (o di qualche parametro geometrico della struttura a frequenza fissata). Il tempo di calcolo complessivo per la tecnica del Metodo dei Momenti si divide nel tempo necessario al riempimento della matrice dei coefficienti e nel tempo di soluzione del sistema lineare. Poiché

tipicamente il tempo di riempimento della matrice è molto maggiore, nei casi in cui è richiesta una analisi in frequenza, che richiede di ricalcolare per ogni punto tutta la matrice, è conveniente utilizzare un procedimento di interpolazione in frequenza. Si calcola la matrice dei coefficienti ai due estremi e al centro della banda di interesse. Dopodiché la matrice per ciascun punto di frequenza viene calcolata tramite una interpolazione quadratica. Questa procedura, come descritto in [8] e come si vedrà in seguito, fornisce ottimi risultati in quanto non consiste nell'interpolazione di una risposta risonante (come ad esempio il coefficiente di riflessione di una slot in guida) ma di una grandezza molto più regolare come la reazione di un campo magnetico su una corrente. Questa tecnica consente dunque una notevole efficienza nel calcolo della risposta in frequenza soprattutto per strutture risonanti.

3.5 Guida a pareti magnetiche.

Abbiamo visto nei paragrafi precedenti che in una struttura planare quale è la microstriscia, per le condizioni al contorno, la corrente elettrica ai bordi si annulla, e di conseguenza è nullo il campo magnetico tangente. Pertanto la struttura ha come contorno un conduttore magnetico perfetto (C.M.P.). Essa è dunque costituita da due C.E.P. sopra e sotto e da due C.M.P. ai lati (vedi Fig. 3.17). Una struttura con tali caratteristiche prende il nome di “Guida a pareti magnetiche” ed ha l’importante caratteristica di ammettere modi TEM.

Un campo elettromagnetico TEM ha le seguenti caratteristiche: il campo elettrico e quello magnetico sono entrambi trasversi, ossia ortogonali rispetto alla direzione di propagazione ed hanno quindi componente longitudinale nulla.

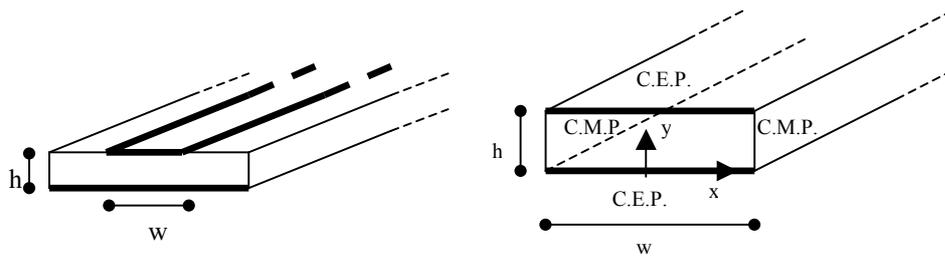


Fig.3.17: Equivalenza fra linea a microstriscia e guida a pareti magnetiche.

La superficie interna della guida è semplicemente connessa, quindi se tutte le pareti fossero di C.E.P. (ossia se la guida fosse una guida rettangolare standard), non si potrebbero avere modi TEM. Poiché però le condizioni al contorno non sono le stesse in tutti i punti della frontiera, si potranno avere modi TEM dovuti al campo, confinato dalle pareti di CMP, che si estende fra le pareti di CEP. Quello che si ottiene è, in effetti, il campo di un condensatore a facce piane parallele, esprimibile come:

$$\underline{E} = E_0 \underline{i}_y = V(y) \underline{e}_t = (E_0 h) \left(\frac{1}{h} \underline{i}_y \right) \quad (3.76)$$

$$\underline{H} = -\frac{E_0}{\zeta} \underline{i}_x = I(y) \underline{h}_t = \left(\frac{E_0 W}{\zeta} \right) \left(-\frac{1}{W} \underline{i}_x \right)$$

La presenza di conduttori differenti non altera la forma del campo, per cui possiamo calcolare la tensione come:

$$V = E_0 h \quad (3.77)$$

mentre la corrente sarà data dalla circuitazione del campo magnetico, che sul conduttore superiore vale:

$$I = -\frac{E_0}{\zeta} W (-1) = \frac{E_0}{\zeta} W \quad (3.78)$$

dove il (-1) è dovuto al senso di percorrenza.

Le funzioni vettoriali di modo si ottengono per confronto, e valgono, come già evidenziato nella (3.76):

$$\underline{e} = \frac{1}{h} \underline{i}_y \quad (3.79)$$

$$\underline{h} = -\frac{1}{W} \underline{i}_x$$

3.5.1 Rappresentazione spettrale della funzione di Green per una guida a pareti magnetiche.

Il problema della caratterizzazione di una slot di accoppiamento fra due microstrip in una struttura a doppio substrato può essere ricondotto, per l'analogia fra struttura a microstrip e guida a pareti magnetiche (vedi [3]), allo studio di una slot di accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche (vedi Fig.3.18). Come mostrato in figura, ogni struttura a microstrip di parametri caratteristici w , h ed ϵ_r , ad una certa frequenza f , corrisponde ad una guida a pareti magnetiche di dimensioni w_{eq} , h e riempita con un dielettrico di costante dielettrica ϵ_{eq} . Tali grandezze equivalenti w_{eq} ed ϵ_{eq} possono essere ottenute utilizzando le formule empiriche per le microstrip (vedi ad esempio [3]).

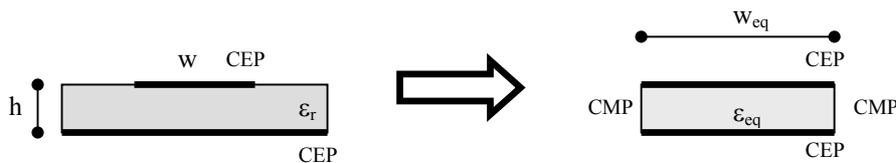


Fig.3.18: Microstriscia e corrispondente guida a pareti magnetiche.

Nei paragrafi seguenti dunque vedremo come ricavare i parametri di scattering di una struttura costituita da due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot, applicando il metodo dei momenti.

Consideriamo una sorgente magnetica \underline{M} , ortogonale ad \underline{i}_y posta sulla parte superiore di una guida a pareti magnetiche (vedi Fig.3.19). Il teorema delle immagini consente di trasformare questo problema in un problema di infinite correnti in spazio libero. Ne segue che anche nella guida considerata la relazione $\underline{M} \rightarrow \underline{E}$ è una relazione scalare: ogni componente di \underline{M} produce solo la stessa componente di \underline{E} .

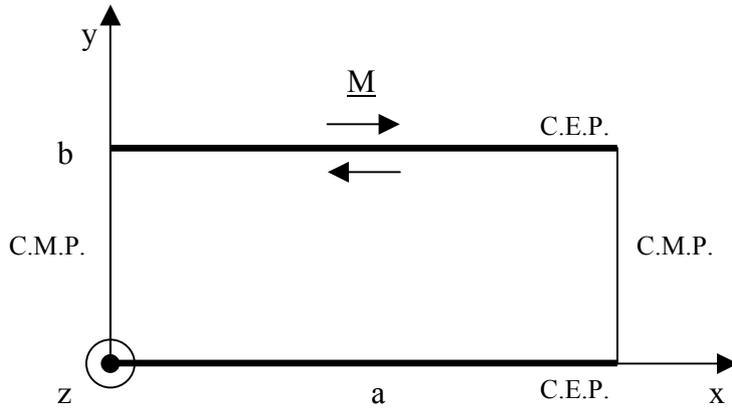


Fig.3.19: Sorgenti magnetiche equivalenti in una guida a pareti magnetiche.

I potenziali sono definiti in modo usuale:

$$\begin{aligned}\underline{E} &= \nabla \times \underline{F} \\ \underline{H} &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \underline{E} + \nabla\phi\end{aligned}\quad (3.80)$$

con la gauge $\nabla \cdot \underline{F} + j\omega\mu\phi = 0$. L'equazione di Helmholtz è:

$$\nabla^2 \underline{F} + k^2 \underline{F} = \underline{M}\quad (3.81)$$

ma anche, essendo:

$$\nabla \cdot (\nabla^2 \underline{F}) = \nabla \cdot (\nabla\nabla \cdot \underline{F} - \nabla \times \nabla \times \underline{F}) = \nabla \cdot \nabla\nabla \cdot \underline{F} = \nabla^2 (\nabla \cdot \underline{F})$$

si ha:

$$\nabla^2 (\nabla \cdot \underline{F}) + k^2 (\nabla \cdot \underline{F}) = (\nabla \cdot \underline{M})$$

Passando al dominio spettrale rispetto alla variabile z , si ha:

$$F(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, v) e^{-jvz} dv \quad \rightarrow \quad F(x, y, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, z) e^{jvz} dz$$

Essendo la guida a pareti magnetiche, i suoi due bordi laterali sono dei C.M.P., pertanto in $x=0$ e $x=a$, deve essere nullo il campo magnetico tangente ($H_y=0$, $H_z=0$). Dato che il campo magnetico vale:

$$\underline{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \underline{E} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \underline{F})}{j\omega\mu} \quad (3.82)$$

Si ha quindi, per la componente x della corrente magnetica:

$$\begin{aligned} \underline{M} &= M \underline{i}_x \\ \underline{F} &= F_x \underline{i}_x \\ \underline{H} &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r F_x \underline{i}_x + \frac{\nabla(\partial F_x / \partial x)}{j\omega\mu} = \\ &= \left(j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r F_x + \frac{\partial^2 F_x / \partial x^2}{j\omega\mu} \right) \underline{i}_x + \frac{\partial^2 F_x / \partial x \partial y}{j\omega\mu} \underline{i}_y - jv \frac{\partial F_x / \partial x}{j\omega\mu} \underline{i}_z \end{aligned} \quad (3.83)$$

da cui, sui bordi laterali:

$$\begin{aligned} H_y = 0 &\quad \rightarrow \quad \partial / \partial y (\partial F_x / \partial x) = 0 \\ H_z = 0 &\quad \rightarrow \quad \partial F_x / \partial x = 0 \end{aligned} \quad (3.84)$$

Quindi sui bordi deve essere $\partial F_x / \partial x = 0$. Stabilite quindi le condizioni che deve soddisfare il potenziale vettore \underline{E} , possiamo esprimere la funzione \underline{F} in una serie di funzioni base definite nel dominio di interesse, che nel nostro caso è la guida a pareti magnetiche. Nel nostro caso, di guida rettangolare, scegliamo come

funzioni di base le funzioni trigonometriche seno e coseno. Dalle condizioni sul campo magnetico (\underline{H} nullo ai bordi della guida a pareti magnetiche) si è visto che la derivata del potenziale \underline{F} deve annullarsi sulle pareti della guida (3.84); pertanto il potenziale \underline{F} su tutta la guida sarà espresso da una serie di soli coseni (sarà la sommatoria di $\cos(n\pi x/a)$) e pertanto sarà una funzione pari (la sua derivata deve annullarsi in $x=0, x=a$). Ne segue che la componente x della F sarà una serie di coseni esprimibile come:

$$F_x(x, y, v) = \sum_{n=0}^{\infty} F_{xn}(y, v) \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (3.85)$$

dove

$$F_{xn}(y, v) = \frac{2}{a} \int_0^a F_x(x, y, v) \cos \frac{n\pi x}{a} dx \frac{1}{1 + \delta_{n0}} \quad (3.86)$$

Nel caso da noi esaminato di slot di accoppiamento longitudinali, come mostrato in Fig. 3.19, la corrente magnetica \underline{M} ha solo componente x.

Se \underline{M} avesse anche una componente lungo z (ad esempio se la slot di accoppiamento fosse non più longitudinale, ma inclinata), si porrebbe analogamente:

$$\begin{aligned} \underline{M} &= M \underline{i}_z \\ \underline{F} &= F_z \underline{i}_z \\ \underline{H} &= j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r F_z \underline{i}_z + \frac{\nabla(\partial F_z / \partial z)}{j\omega \mu} = \\ &= -jv \frac{\partial F_z / \partial x}{j\omega \mu} \underline{i}_x - jv \frac{\partial F_z / \partial y}{j\omega \mu} \underline{i}_y + \left(j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r F_z - v^2 \frac{F_z}{j\omega \mu} \right) \underline{i}_z \end{aligned} \quad (3.87)$$

da cui

$$\begin{aligned} H_y = 0 &\rightarrow \partial F_z / \partial y = 0 \\ H_z = 0 &\rightarrow F_z = 0 \end{aligned} \quad (3.88)$$

quindi sui bordi deve essere $F_x = 0$. Ne segue che la componente z della F sarà una serie di soli seni, esprimibile come:

$$F_z(x, y, v) = \sum_{n=1}^{\infty} F_{zn}(y, v) \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (3.89)$$

dove:

$$F_{zn}(y, v) = \frac{2}{a} \int_0^a F_z(x, y, v) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \quad (3.90)$$

Derivando si ha quindi:

$$\frac{\partial F_z(x, y, v)}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{a} F_{zn}(y, v) \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (3.91)$$

$$\frac{\partial F_x(x, y, v)}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{n\pi}{a} F_{xn}(y, v) \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (3.92)$$

Sviluppando anche \underline{M} nello stesso insieme di funzioni base, si ha l'equazione per il potenziale \underline{F} :

$$\nabla^2 \underline{F} + k^2 \underline{F} = \underline{M} \quad (3.93)$$

$$\left[-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 - v^2 \right] F_{n_{x,z}} + \frac{\partial^2 F_{n_{x,z}}}{\partial y^2} + k^2 F_{n_{x,z}} = M_{n_{x,z}} \delta(y-b)$$

in cui si è inserita esplicitamente, tramite l'impulso $\delta(y-b)$, la posizione della corrente magnetica \underline{M} . La (3.89) vale separatamente per le componenti x e z di \underline{F} e di \underline{M} . Posto:

$$w_g^2 = k^2 - \left[\left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + v^2 \right] \quad (3.94)$$

si ottiene:

$$w_g^2 F_{n_{x,z}} + \frac{\partial^2 F_{n_{x,z}}}{\partial y^2} = M_{n_{x,z}} \delta(y-b) \quad (3.95)$$

In $y=0, b^+$ (sui C.E.P.) deve essere $\underline{i}_y \times \underline{E} = 0$ (campo elettrico tangente nullo). Il campo elettrico è dato da $\underline{E} = \nabla \times \underline{F}$; quindi, per $\underline{M} = M \underline{i}_x$ si ha:

$$\underline{F} = F_x \underline{i}_x \quad \rightarrow \quad \underline{E} = \frac{\partial F_{xn}}{\partial z} \underline{i}_y - \frac{\partial F_{xn}}{\partial y} \underline{i}_z = -jv F_x \underline{i}_y - \frac{\partial F_{xn}}{\partial y} \underline{i}_z \quad (3.96)$$

mentre per $\underline{M} = M \underline{i}_z$ si ha:

$$\underline{F} = F_z \underline{i}_z \quad \rightarrow \quad \underline{E} = \frac{\partial F_{zn}}{\partial y} \underline{i}_x - \frac{\partial F_{zn}}{\partial x} \underline{i}_y \quad (3.97)$$

Quindi la condizione di campo elettrico tangente nullo sui C.E.P., diventa, su \underline{E} :

$$E_x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F_{zn}}{\partial y} = 0 \quad (3.98)$$

$$E_z = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F_{xn}}{\partial y} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial F_{n_{x,z}}}{\partial y} = F'_{n_{x,z}} = 0$$

essendo il campo elettrico tangente sul piano xz, e pertanto dovranno essere nulle sia la componente x che la componente z di tale campo.

Integrando la (3.95) in un intorno di b, cioè per $\Delta < y < b$, e facendo tendere $\Delta \rightarrow b$, si ha:

$$\int_{\Delta}^b \left(w_g^2 F_{n_{x,z}} + \frac{\partial^2 F_{n_{x,z}}}{\partial y^2} \right) dy = \int_{\Delta}^b M_{n_{x,z}} \delta(y-b) dy \quad (3.99)$$

$$w_g^2 \left(F_{n_{x,z}}(b) - F_{n_{x,z}}(\Delta) \right) + \left(\frac{\partial F_{n_{x,z}}(b)}{\partial y} - \frac{\partial F_{n_{x,z}}(\Delta)}{\partial y} \right) = M_{n_{x,z}}$$

e, se $\Delta \rightarrow b$:

$$F'_{n_{x,z}}(b) - F'_{n_{x,z}}(\Delta) = M_{n_{x,z}} \quad \rightarrow \quad F'_{n_{x,z}}(\Delta) = -M_{n_{x,z}} \quad (3.100)$$

Una soluzione che soddisfa la condizione richiesta, sarà del tipo:

$$F_{n_{x,z}}(y) = A_n \cos w_g y \quad (3.101)$$

che soddisfa la (3.98) in $y=0$. Per la verifica della (3.98) in $y=b$, deve essere:

$$F'_{n_{x,z}}(y) = -w_g A_n \sin w_g y \quad \rightarrow \quad F'_{n_{x,z}}(b) = -w_g A_n \sin w_g b = -M_n \quad (3.102)$$

Il primo membro è una funzione pari di w_g , infatti si può scrivere come:

$$A_n = \frac{M_n}{w_{gn} \sin w_{gn} b} = \frac{M_n}{w_{gn} \sin w_{gn} b \frac{w_{gn} b}{w_{gn} b}} = \frac{M_n}{bw_{gn}^2 \text{SINC}(w_{gn} b)} \quad (3.103)$$

dove si è posto: $\text{SINC}(x) = \sin(x) / x$.

Dato che la guida è a pareti magnetiche, il modo fondamentale è il TEM, che si ha per $n=0$. Per $n > 0$ i poli sono tutti complessi. Per $n = 0$, invece, vi sono due poli reali; pertanto la soluzione dell'equazione in A_n diventa:

$$A_n = -\frac{M_n}{bSINC(w_{gn}b)} \left\{ \frac{1}{v^2 - \beta_n^2} - \frac{j\pi}{2\beta_n} [\delta(v - \beta_n) + \delta(v + \beta_n)] \right\} \quad (3.104)$$

dove si è posto:

$$w_{gn}^2 = -(v^2 - \beta_n^2), \quad \beta_n^2 = k^2 - \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \quad (3.105)$$

Si noti che nella (3.104) il primo addendo è da intendersi come un valore principale secondo Cauchy. La (3.104) per $n=0$ diventa:

$$A_n = -\frac{M_n}{bSINC(w_{gn}b)} \frac{1}{v^2 - k^2} \quad (3.106)$$

essendo $w_{g0}^2 = -(v^2 - \beta_0^2) = -(v^2 - k^2)$.

Possiamo introdurre una funzione di Green:

$$g_n(v) = -\frac{\cos w_{gn}y}{bSINC(w_{gn}b)} \left\{ \frac{1}{v^2 - \beta_n^2} - \frac{j\pi}{2\beta_n} [\delta(v - \beta_n) + \delta(v + \beta_n)] \right\} \quad (3.107)$$

e scrivere:

$$\underline{F}_n(v) = g_n(v)\underline{M}_n \quad \rightarrow \quad (\nabla \cdot \underline{F})_n(v) = g_n(v)(\nabla \cdot \underline{M})_n(v) \quad (3.108)$$

Si noti che $\nabla \cdot \underline{F}$, $\nabla \cdot \underline{M}$ sono espansi in serie di soli *seni*, in quanto la componente x di F è sviluppata in serie di coseni (e quindi la sua derivata $\nabla \cdot \underline{F}$ è una serie di seni), mentre la componente z di F è sviluppata in serie di coseni (e poiché la variabile z è la variabile che viene trasformata in v , la sua derivata è proporzionale a F_z , ed è pertanto una serie di seni).

Quando w_g è complesso ($w_g = -j|w_g|$) allora $g_n(v)$ si riduce al solo primo addendo che vale, per $y=b$:

$$\frac{\cos w_{gn} b}{b \sin c w_{gn} b} \frac{1}{w_{gn}^2} = \frac{\cos w_{gn} b}{w_{gn} \sin w_{gn} b} = \frac{\cosh |w_{gn}| b}{-j(-j|w_{gn}|) \sinh |w_{gn}| b} = -\frac{1}{|w_{gn}|} \coth |w_{gn}| b \quad (3.109)$$

3.5.2 Applicazione del Metodo dei Momenti per lo studio di due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot.

L'equazione di continuità del campo magnetico nel piano del C.E.P. contenente la slot, sarà la nostra equazione integrale che risolveremo col metodo dei momenti (vedi Fig.3.20):

$$\underline{H}_2 \times \underline{i}_y = (\underline{H}_1 + \underline{H}_{TEM}) \times \underline{i}_y \quad (3.110)$$

dove \underline{H}_{TEM} è il campo magnetico TEM incidente nella guida 1, \underline{H}_1 è il campo magnetico nella guida 1 ed \underline{H}_2 è il campo magnetico nella guida 2.

In termini di componenti si ha:

$$H_{2,x} \underline{i}_z - H_{2,z} \underline{i}_x = H_{1,x} \underline{i}_z - H_{1,z} \underline{i}_x + H_{TEM,x} \underline{i}_z \quad (3.111)$$

Poiché la slot è sede di un campo elettrico tangente diretto lungo z (se la slot è sufficientemente sottile, ossia se $W \ll L$), la corrente magnetica sulla slot avrà solo componente ortogonale a tale campo, e quindi sarà diretta lungo x (vedi Fig.3.21).

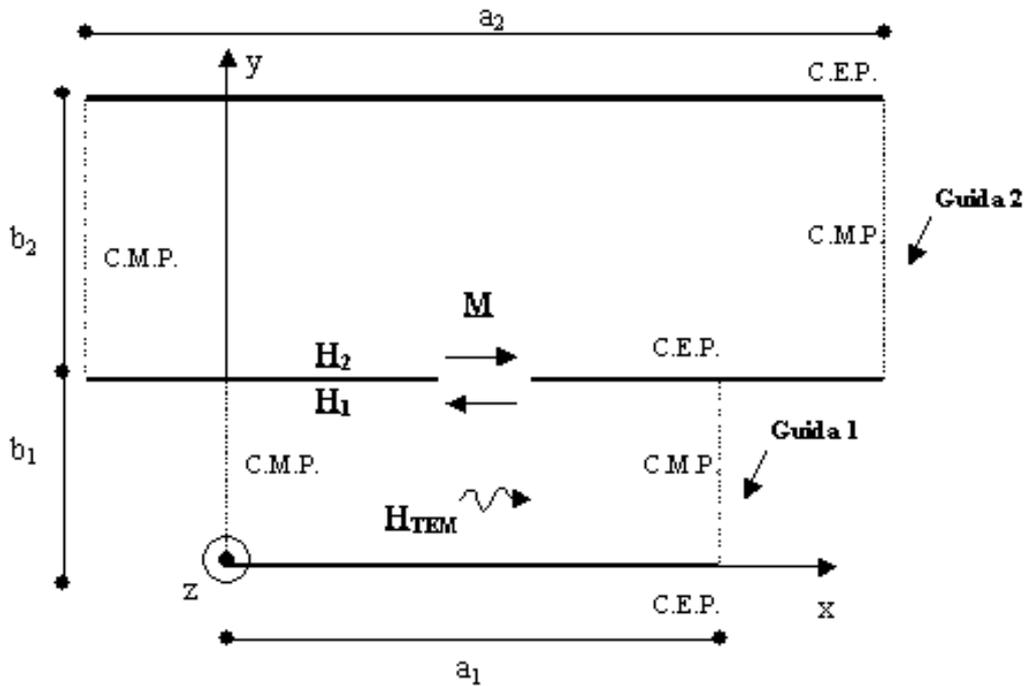


Fig.3.20: Struttura esaminata costituita da due guide a pareti magnetiche accoppiate mediante una slot longitudinale.

Dal teorema di equivalenza si ha infatti:

$$\underline{M} = \underline{i}_n \times \underline{E} = \underline{i}_y \times E \underline{i}_z = M \underline{i}_x$$

La (3.111) è la nostra equazione integrale, punto di partenza per l'applicazione del metodo dei momenti. Poiché il campo magnetico in guida è dovuto alla corrente magnetica sulla slot (nel senso che è questa corrente che produce il campo), si discretizza tale corrente, che è la nostra incognita, utilizzando un numero finito di funzioni di espansione (che noi scegliamo trigonometriche):

$$\underline{M}(x, y, z) = \zeta \delta_G \sum_{n=0}^{\infty} a_n \underline{M}_n(x, y, z) \tag{3.112}$$

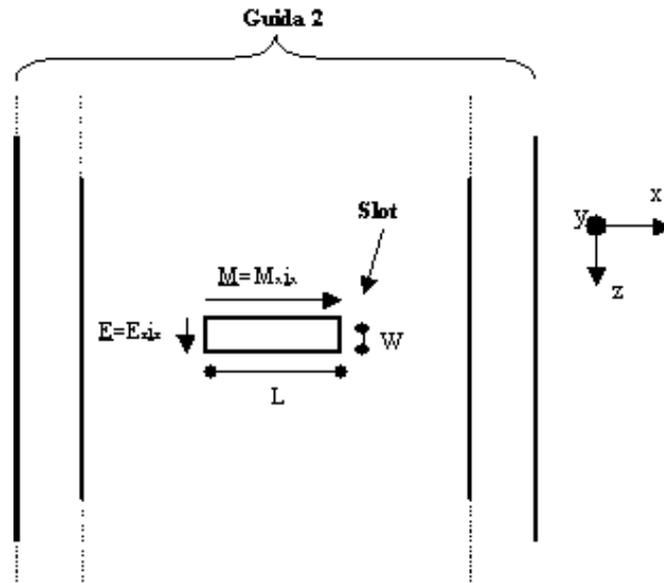


Fig.3.21: Vista dall'alto della struttura esaminata.

dove le \underline{M}_n sono date da:

$$\underline{M}_n(x, y, z) = g_n(x) \cdot \delta(y - b) \cdot \text{rect}(z) \underline{i}_x \quad (3.113)$$

con le $g_n(x)$ che sono le funzioni sinusoidali scelte come base, e pertanto possono esprimersi come:

$$g_n(x) = \frac{1}{2} J_n \sum_{\Delta_1=-1,1} D_n^1 e^{j\Delta_1 \frac{n\pi}{2L} x} \quad (3.114)$$

dove:

$$J_n = \begin{cases} 1 & n \text{ dispari} \\ -j & n \text{ pari} \end{cases} ; D_n^1 = \begin{cases} 1 & n \text{ dispari e n pari per } \Delta_1=1 \\ -1 & n \text{ pari per } \Delta_1=-1 \end{cases}$$

La delta è dovuta al fatto che la corrente equivalente è posta in corrispondenza della slot in $y=b$, mentre il rettangolo lungo z è necessario alla convergenza, ed evidenzia il fatto che la corrente magnetica si estende solo sulla superficie della slot ed è nulla altrove.

Si noti che, mentre per le funzioni base si devono rispettare le condizioni sulla slot (corrente nulla ai bordi della slot in $x=-L$ e $x=L$, e massima al centro in $x=0$), e quindi si hanno seni e coseni della variabile $x/2L$, il potenziale vettore \underline{F} deve verificare le condizioni di campo magnetico \underline{H} nullo ai bordi della guida, e quindi avrà seni e coseni di x/a . La corrente magnetica, utilizzando lo sviluppo di Fourier, può essere espressa nella forma:

$$\underline{M}(x, y, z) = \zeta \delta_G \sum_{n=0}^N \underline{M}_n(x, y, z) = \zeta \delta_G \sum_{n=0}^N \left(\sum_{m=0}^{\infty} c_m^n \cos \frac{m\pi x}{a} \right) \delta(y-b) \cdot \text{rect}(z) \underline{i}_x$$

Nella precedente, il termine fra parentesi tonde non è altro che lo sviluppo di Fourier nella guida della n -esima funzione di espansione della corrente magnetica espressa dalla (3.114).

Una volta che si sono scelte le funzioni di espansione e che si è discretizzata la corrente magnetica incognita, come espresso dalla (3.112), si sostituisce l'incognita discretizzata nell'equazione integrale (3.111). Infine si eguagliano i prodotti scalari del 1° e 2° membro della (3.111) per le funzioni di test, che noi scegliamo uguali alle funzioni di espansione (metodo di Galerkin).

Pertanto, dovrà essere:

$$\langle \underline{H}_2 \times \underline{i}_y, \underline{M} \rangle = \langle (\underline{H}_1 + \underline{H}_{TEM}) \times \underline{i}_y, \underline{M} \rangle \quad (3.115)$$

e poiché \underline{M} ha la sola componente x , si ha, riordinando:

$$\langle \underline{H}_{2x}, \underline{M}_{2x} \rangle - \langle \underline{H}_{1x}, \underline{M}_{1x} \rangle = \langle \underline{H}_{TEM,x}, \underline{M}_{1x} \rangle \quad (3.116)$$

dove $M_{1x} = -M_{2x}$ è la nostra incognita. La (3.116) è dunque un sistema lineare, esprimibile nella forma standard:

$$\underline{\underline{A}}x = \underline{b}$$

dove nel nostro caso la matrice $\underline{\underline{A}}$ è ottenuta dal primo membro della (3.116), mentre il termine noto è dato dal secondo membro della (3.116), che esprime il prodotto scalare fra la componente x del campo magnetico TEM incidente (che è noto) e la corrente magnetica incognita.

Il campo magnetico \underline{H} è espresso nella (3.83), e la sua componente x vale:

$$H_x = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r F_x + \frac{\partial^2 F_x / \partial x^2}{j\omega\mu} \quad (3.117)$$

Tale espressione va sostituita nei termini del primo membro della (3.116), ottenendo:

$$\begin{aligned} \langle H_x^A, M_x^B \rangle &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r \int F_x^A M_x^B dS + \frac{1}{j\omega\mu} \int (\nabla \cdot \underline{F}^A) M_x^B dS = \\ & j\omega\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r \int F_x^A M_x^B dS - \frac{1}{k^2} \int (\nabla \cdot \underline{F}^A) (\nabla \cdot \underline{M}^B) dS \right) \end{aligned} \quad (3.118)$$

Di conseguenza, l'elemento di matrice in guida (matrice relativa al sistema lineare espresso dalla (3.116)) tra $\zeta\delta_a \underline{M}^A$ (con $\delta_a = +1, -1$) e \underline{M}^B , vale (si ricordi che $j\omega\varepsilon$ non va incluso):

$$\int \underline{F}^A \underline{M}^B dS - \frac{1}{k^2} \int (\nabla \cdot \underline{F}^A) (\nabla \cdot \underline{M}^B) dS \quad (3.119)$$

dove il potenziale \underline{F}^A è dovuto alla sorgente \underline{M}^A e l'integrale (3.119) non è altro che l'interazione fra il campo magnetico \underline{H} e la sorgente \underline{M} . Infatti:

$$\underline{H} = j\omega\varepsilon\underline{F} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \underline{F})}{j\omega\mu} = j\omega\varepsilon \left(\underline{F} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \underline{F})}{-\omega^2\varepsilon\mu} \right) = j\omega\varepsilon \left(\underline{F} - \frac{\nabla(\nabla \cdot \underline{F})}{k^2} \right)$$

$$\int \underline{H}^A \underline{M}^B dS = \int \left(\underline{F}^A - \frac{1}{k^2} \nabla(\nabla \cdot \underline{F}^A) \right) \underline{M}^B dS \quad (3.120)$$

L'integrale (3.120), che è esteso alla sola superficie della slot (dato che \underline{M} è nulla al di fuori della slot) dà luogo a termini del tipo:

$$\int \frac{\partial^2 F_x^A}{\partial x^2} M_x^A dS = \left| M_x^A \frac{\partial F_x^A}{\partial x} \right|_{\text{bordi_slot}} + \int \frac{\partial F_x^A}{\partial x} \frac{\partial M_x^A}{\partial x} dS \quad (3.121)$$

e il primo termine è nullo, dato che la corrente magnetica è nulla ai bordi della slot, pertanto i due integrali (3.119) e (3.120) sono equivalenti. L'integrale (3.119) diventa, sviluppando i prodotti scalari:

$$\varepsilon_r \int (F_x^A(x, y, z) M_x^B + F_z^A(x, y, z) M_z^B) dS - \frac{1}{k^2} \int \left(\frac{\partial F_x^A}{\partial x} + \frac{\partial F_z^A}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial M_x^A}{\partial x} + \frac{\partial M_z^A}{\partial z} \right) dS \quad (3.122)$$

Il secondo integrale, passando al dominio trasformato rispetto alla variabile z , diventa:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k^2} \int_0^w \int_0^a \left(\frac{\partial F_x^A}{\partial x} + \frac{\partial F_z^A}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial M_x^B}{\partial x} + \frac{\partial M_z^B}{\partial z} \right) dx dz = \\ & = \frac{1}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int g(v) \left(\frac{\partial M_x^A}{\partial x} - jv M_z^A \right) \left(\frac{\partial M_x^B}{\partial x} - jv M_z^B \right) dx dv \end{aligned} \quad (3.123)$$

e, poiché la corrente \underline{M} ha la sola componente x , si ha:

$$\varepsilon_r \int_{\text{Slot}} F_x^A(x, y, v) M_x^B(x, y, z) dx dz - \frac{1}{k^2} \int_{\text{Slot}} \left(\frac{\partial F_x^A(x, y, z)}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial M_x^B(x, y, z)}{\partial x} \right) dx dz \quad (3.124)$$

Sostituendo ad \underline{F} ed \underline{M} le loro espansioni in funzioni base, e passando al dominio trasformato rispetto a z , si ha:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r \int_{Slot} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_{nx}^A(y, \nu) \cos \frac{n\pi x}{a} e^{-j\nu z} d\nu \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} M_{mx}^B(\nu') \cos \frac{m\pi x}{a} e^{-j\nu' z} d\nu' \right) dx dz - \\ - \frac{1}{k^2} \int_{Slot} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_{nx}^A(y, \nu) \frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} e^{-j\nu z} d\nu \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} M_{mx}^B(\nu') \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j\nu' z} d\nu' \right) dx dz - \end{aligned} \quad (3.125)$$

Possiamo integrare rispetto ad x e a z l'integrale:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_{nx}^A(y, \nu) \sum_{m=0}^{\infty} M_{mx}^B(\nu') \int_{Slot} \left(\cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} e^{-j(\nu+\nu')z} \right) dx dz d\nu d\nu' - \\ - \frac{1}{k^2} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n\pi}{a} F_{nx}^A(y, \nu) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m\pi}{a} M_{mx}^B(\nu') \int_{Slot} \left(\sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} e^{-j(\nu+\nu')z} \right) dx dz d\nu d\nu' \end{aligned} \quad (3.126)$$

ottenendo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{a}{2} (1 + \delta_{n0}) \delta_{nm} \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [2\pi \delta(\nu + \nu')] F_{nx}^A(y, \nu) M_{mx}^B(\nu') d\nu d\nu' - \\ - \frac{1}{k^2} \frac{1}{4\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{a}{2} \delta_{nm} \left(\frac{n\pi}{a} \frac{m\pi}{a} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [2\pi \delta(\nu + \nu')] F_{nx}^A(y, \nu) M_{mx}^B(\nu') d\nu d\nu' = \\ = \frac{a}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (1 + \delta_{n0}) \delta_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} F_{nx}^A(y, \nu) M_{mx}^B(-\nu) d\nu - \\ - \frac{1}{k^2} \frac{a}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{a} \frac{m\pi}{a} \right) \delta_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} F_{nx}^A(y, \nu) M_{mx}^B(-\nu) d\nu \end{aligned} \quad (3.127)$$

che è l'elemento di matrice del sistema lineare (3.116) ottenuto tramite il metodo dei momenti. Introducendo la funzione di Green espressa dalla (3.107) si ha:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{a\zeta\delta_G}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (1+\delta_{n0})\delta_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} g_n(y,v)M_{nx}^A(v)M_{nx}^B(-v)dv - \right. \\
& \left. - \frac{1}{k^2} \frac{a}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{a} \frac{m\pi}{a} \right) \delta_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} g_n(y,v)M_{nx}^A(v)M_{nx}^B(-v)dv \right) dv = \\
& = \frac{a\zeta\delta_G}{4\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (1+\delta_{n0})\delta_{nm} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{k^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{a} \frac{m\pi}{a} \right) \delta_{nm} \left(-\frac{\cos w_{gn}y}{b \sin cw_{gn}b} \left\{ \frac{1}{v^2 - \beta_n^2} - \frac{j\pi}{2\beta_n} [\delta(v - \beta_n) + \delta(v + \beta_n)] \right\} \right) M_{nx}^A(v)M_{nx}^B(-v) \right) dv \right) = \\
& = \frac{a\zeta\delta_G}{4\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [(1+\delta_{n0}) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{k^2} \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \left(-\frac{\cos w_{gn}y}{b \sin cw_{gn}b} \left\{ \frac{1}{v^2 - \beta_n^2} - \frac{j\pi}{2\beta_n} [\delta(v - \beta_n) + \delta(v + \beta_n)] \right\} \right) M_{nx}^A(v)M_{nx}^B(-v) dv \right)
\end{aligned} \tag{3.128}$$

Separando i termini con l'impulso dal resto, si ha:

$$\begin{aligned}
& \frac{a\zeta\delta_G}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(1+\delta_{n0}) - \frac{1}{k^2} \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos w_{gn}y}{b \sin cw_{gn}b} \frac{1}{\beta_n^2 - v^2} M_{nx}^A(v)M_{nx}^B(-v)dv - \\
& - \frac{a\zeta\delta_G}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(1+\delta_{n0}) - \frac{1}{k^2} \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 \right] \frac{j\pi}{2\beta_n} [M_{nx}^A(\beta_n)M_{nx}^B(-\beta_n) + M_{nx}^A(-\beta_n)M_{nx}^B(\beta_n)]
\end{aligned} \tag{3.129}$$

Il termine noto del sistema lineare (3.116) è dato infine da:

$$\begin{aligned}
\int \underline{H}^{TEM} \underline{M}^B dS &= \int_{Slot} \frac{V^+}{Z_{TEM}} e^{-j\beta z} \underline{h} \cdot \underline{M}^B dS = \\
&= \int_{Slot} \frac{V^+}{Z_{TEM}} e^{-j\beta z} \left(-\frac{1}{a} \underline{i}_x \right) \cdot \underline{M}^B \underline{i}_x dS = -\frac{V^+}{aZ_{TEM}} \int_{Slot} M^B e^{-j\beta z} dS
\end{aligned} \tag{3.130}$$

La corrente magnetica incognita sarà dunque ottenuta dalla soluzione del sistema lineare espresso dalla (3.116) i cui elementi di matrice sono dati dalla (3.129) ed il cui termine noto è espresso nella (3.130).

3.5.3 Risultati.

La tecnica di analisi descritta nei paragrafi precedenti è stata testata su svariate strutture a microstriscia. Inizialmente è stata effettuata la verifica della nostra tecnica confrontando i parametri di scattering ottenuti col MoM con quelli ottenuti mediante un software ad elementi finiti (HFSS) sulla stessa struttura a guide a pareti magnetiche. Tale confronto è stato necessario per confermare il corretto funzionamento del nostro programma di simulazione, scritto in Fortran. Si noti che, dato che si è simulata con HFSS una struttura costituita da guide a pareti magnetiche, in tali simulazioni i parametri che usualmente nelle strutture a microstriscia variano con la frequenza, ossia le costanti dielettriche e le larghezze equivalenti delle guide, sono necessariamente costanti. Si è scelto di fissare (per questo confronto) tali valori ai valori delle grandezze in microstriscia a centro banda rispetto allo spettro di frequenze analizzato.

Struttura esaminata	#1	#2	#3	#4
Dati della struttura				
<i>Larghezza guida inferiore [mm]</i>	13	10	25	10
<i>Larghezza guida superiore [mm]</i>	13	13	25	15
<i>Altezza guida inferiore [mm]</i>	2	1.4	1.6	3.5
<i>Altezza guida superiore [mm]</i>	2	1.4	4.25	2
<i>Costante dielettrica guida inferiore</i>	10	1	10	7
<i>Costante dielettrica guida superiore</i>	2.8	1	4	7
<i>Lunghezza della slot [mm]</i>	8	9	14	8
<i>Larghezza della slot [mm]</i>	1	1.2	1	1
<i>Spessore delle guide [mm]</i>	0.1	0.1	0.1	0.1
<i>Costante dielettrica nello spessore</i>	1	1	1	7

Tabella 1. Dati delle strutture in guida a pareti magnetiche esaminate.

Di seguito sono mostrati i risultati ottenuti per quattro diversi casi (vedi Tabella 1): il caso in cui entrambe le guide abbiano uguali dimensioni e sia diverso il materiale con cui sono riempite (Fig.3.22); il caso in cui sia diversa la larghezza delle due guide ed i restanti parametri sono uguali (Fig.3.23); il caso in cui sia uguale la larghezza delle due guide ed i restanti parametri siano differenti (Fig.3.24); infine il caso in cui entrambe le dimensioni delle due guide sono differenti (Fig.3.25). Per ciascuno dei casi sono mostrati i valori del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento al variare della frequenza.

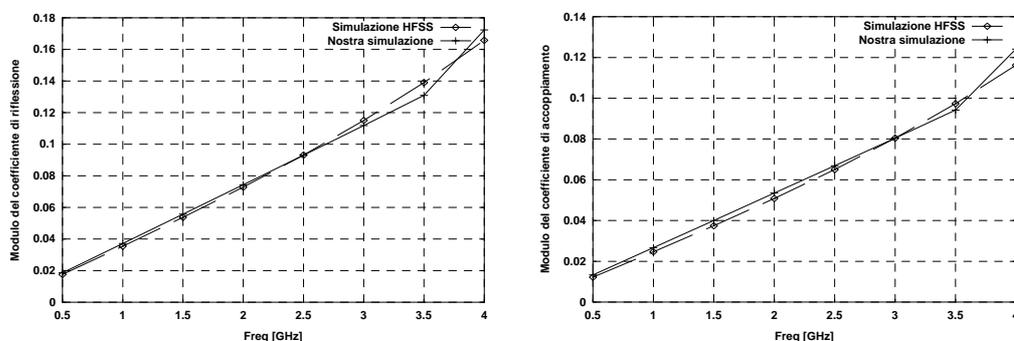


Figura 3.22: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura #2 di Tabella 1.

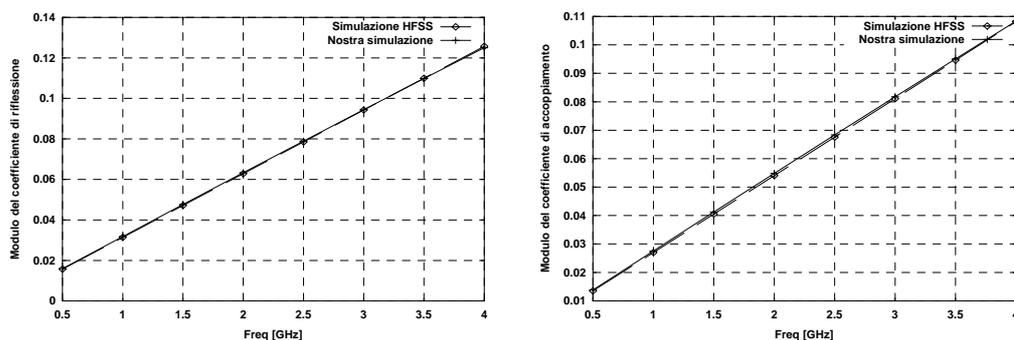


Figura 3.23: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura #1 di Tabella 1.

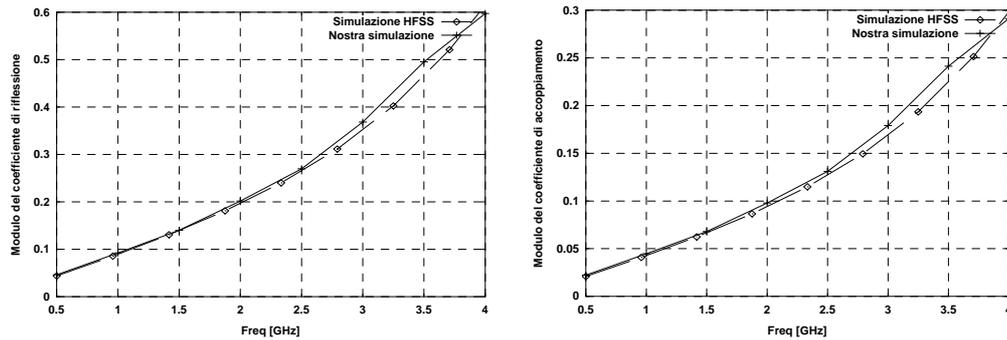


Figura 3.24: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura #3 di Tabella 1.

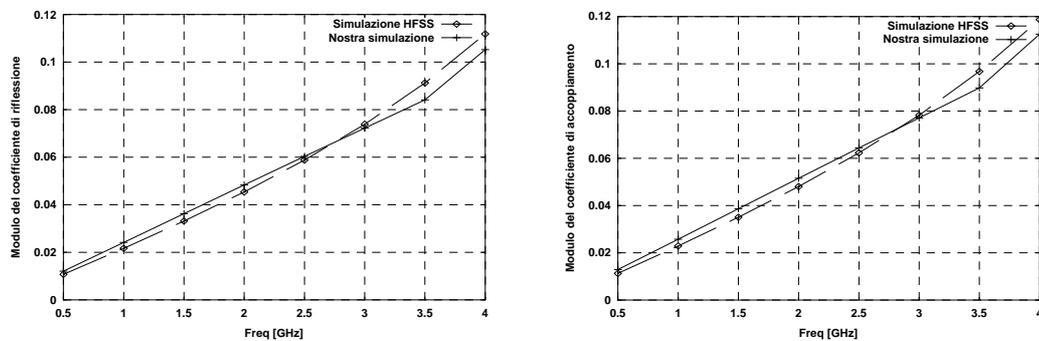


Figura 3.25: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura #4 di Tabella 1.

Nelle simulazioni effettuate si è considerato non nullo lo spessore delle guide utilizzate; pertanto si è tenuto conto dello spessore fra le due guide in cui è tagliata la slot di accoppiamento. La regione dello spessore è stata considerata come una piccola guida d'onda, pertanto è stata studiata la propagazione in tale struttura. Lo spessore è stato scelto pari a 0.1 mm in tutte le prove effettuate.

Il risultato delle simulazioni mostra un accordo molto buono fra il software ad elementi finiti HFSS ed il nostro programma, a conferma dunque della validità di quest'ultimo.

Il passo successivo è stato dunque quello di testare il nostro approccio, confrontando i risultati ottenuti col MoM con quelli ottenuti mediante un software commerciale che simula le strutture a microstriscia (Ensemble 4.0).

In tal caso ovviamente è stata considerata la variazione in frequenza dei parametri caratteristici della microstrip, nonché la dispersione nella struttura stessa. I valori della costante dielettrica efficace e della impedenza caratteristica del modo TEM (dai quali si ricava ovviamente la larghezza efficace) sono stati ottenuti mediante le formule proposte da Kirschning [9].

Di seguito sono mostrati i risultati ottenuti per quattro diversi casi (vedi Tabella 2): il caso in cui entrambe le microstrip siano uguali (Fig.3.26); il caso in cui sia diverso lo spessore dei due substrati dielettrici ed i restanti parametri siano uguali (Fig.3.27); il caso in cui sia diversa la larghezza delle due microstrip ed i restanti parametri siano uguali (Fig.3.28); infine il caso in cui siano diverse sia le larghezze delle due microstrip che gli spessori dei due substrati dielettrici (Fig.3.29). Per ciascuno dei casi sono mostrati i valori del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento al variare della frequenza.

Struttura esaminata	#1	#2	#3	#4
Dati della struttura				
<i>Larghezza microstrip inferiore [mm]</i>	10	10	10	10
<i>Larghezza microstrip superiore [mm]</i>	13	13	13	13
<i>Altezza microstrip inferiore [mm]</i>	1.4	1.4	1.4	1.4
<i>Altezza microstrip superiore [mm]</i>	1.4	1.4	1.4	1.4
<i>Costante dielettrica microstrip inferiore</i>	1	1	1	1
<i>Costante dielettrica microstrip superiore</i>	1	1	1	1
<i>Lunghezza della slot [mm]</i>	9	9	9	9
<i>Larghezza della slot [mm]</i>	1.2	1.2	1.2	1.2

Tabella 2. Dati delle strutture a microstriscia esaminate.

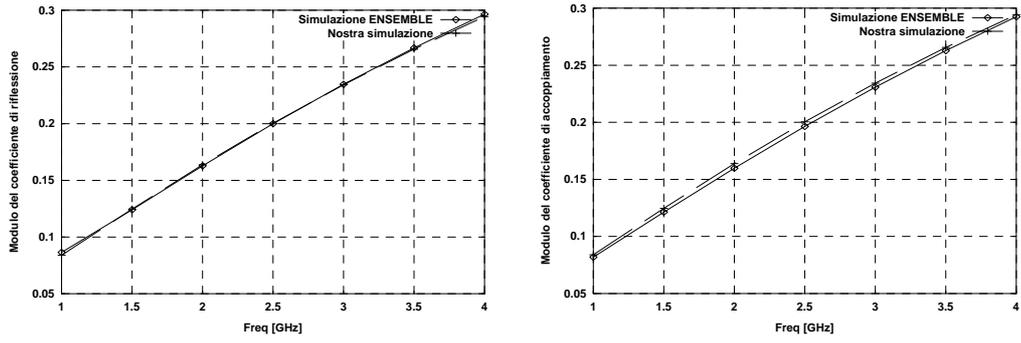


Figura 3.26: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura # 1 di Tabella 1.

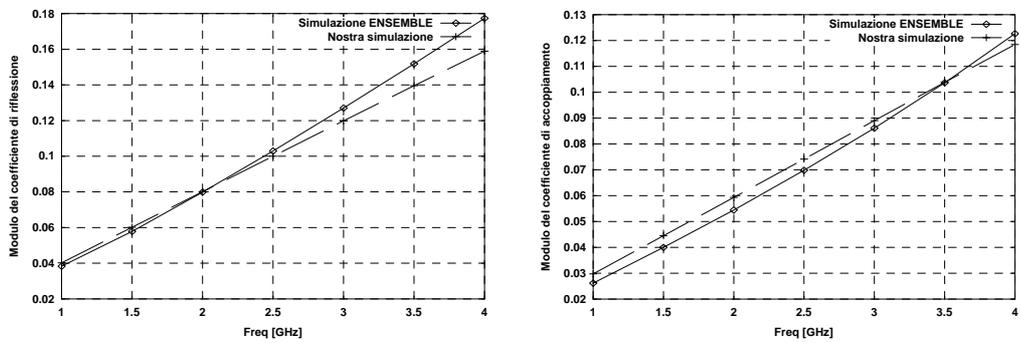


Figura 3.27: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura # 2 di Tabella 1.

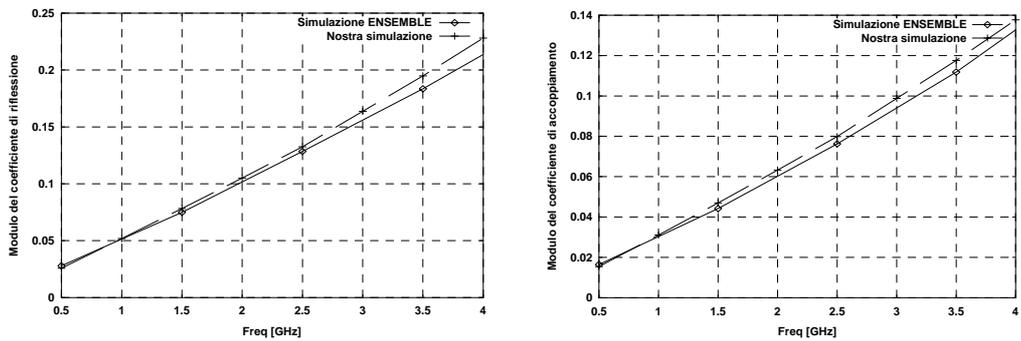


Figura 3.28: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura # 3 di Tabella 1.

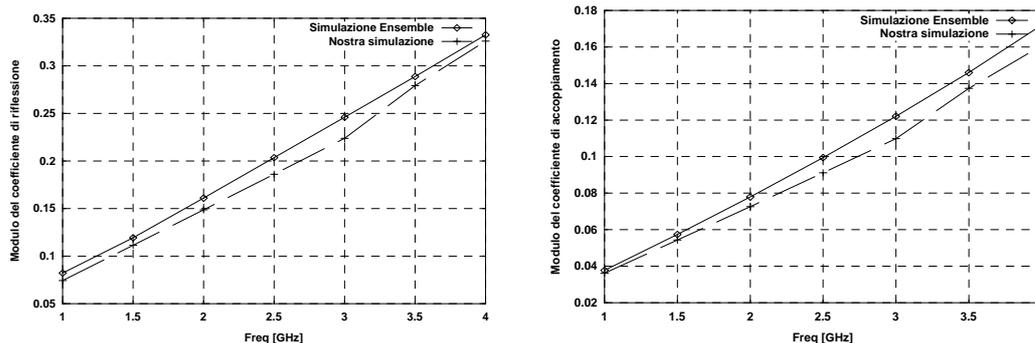


Figura 3.29: Moduli del coefficiente di riflessione e del coefficiente di accoppiamento per la struttura # 4 di Tabella 1.

Anche in tal caso il risultato delle simulazioni mostra un accordo molto buono fra il software Ensemble ed il nostro programma, pertanto si può concludere che per studiare l'accoppiamento fra strutture a microstriscia è possibile utilizzare un modello a guida a pareti magnetiche in cui ciascuna microstrip è sostituita dalla guida a pareti magnetiche ad essa equivalente, e calcolare l'accoppiamento nella struttura equivalente in guida.

3.5.4. Modello circuitale per una slot di accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche.

Il circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due microstrisce (vedi [1],[2]) è mostrato in Fig.3.30, e per l'analogia vista fra linee a microstriscia e guide a pareti magnetiche, esso è anche il circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche.

La slot è modellizzata mediante un trasformatore, di rapporto di trasformazione $n=N1/N2$, con una impedenza pari a Z_s al secondario (vedi [2]).

Il valore di n può essere ricavato da (vedi [10]):

$$n = \Delta V / V_s \quad (3.131)$$

$$\Delta V = \int_{Slot} \underline{E}_{slot} \times \underline{h}_{TEM} dS = \int_{Slot} \underline{M}_{slot} \times \underline{h}_{TEM} dS \quad (3.132)$$

dove V_s è la tensione sulla slot e ΔV è la discontinuità di tensione nella linea di trasmissione dovuta alla presenza della slot stessa. Consideriamo infatti una guida indefinita su cui è tagliata una slot traversa; su tale guida incide un'onda di tensione di ampiezza V^+ . Tale onda incidente, per la presenza della slot, produce in corrispondenza della slot stessa una corrente magnetica \underline{M} . Se consideriamo tratto di tale guida lungo λ e centrato sulla slot, tale tratto può essere modellizzato mediante due tratti di linea di trasmissione di lunghezza $\lambda/2$ con in serie una impedenza che tiene conto della presenza della slot (vedi Fig.3.31). La discontinuità di tensione nella linea di trasmissione dovuta alla presenza della slot, ossia in altri termini la caduta di tensione ai capi dell'impedenza equivalente alla slot, può essere ottenuta analizzando tale circuito ed applicando la sovrapposizione degli effetti ed il teorema di reciprocità.

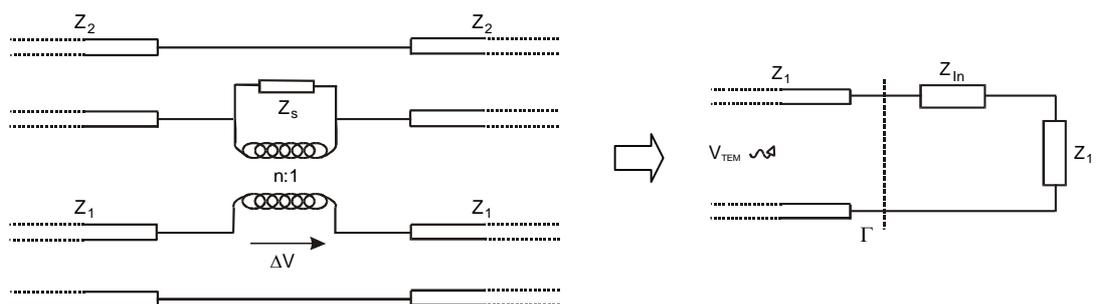


Fig.3.30: circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due microstrip.

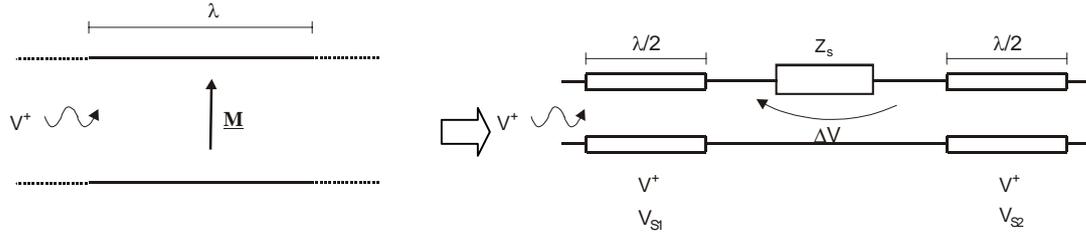


Fig.3.31: calcolo della discontinuità di tensione dovuta ad una slot di accoppiamento fra due microstrip.

Applicando la sovrapposizione degli effetti, trovo che, in assenza della slot (e quindi della corrente \underline{M}), avrei una tensione pari a V^+ su entrambi i lati terminali delle due linee di trasmissione. La corrente \underline{M} produce invece due tensioni di scattering V_{s1} e V_{s2} ai due estremi del tratto di guida. Tali tensioni sono fra loro opposte e possono essere ottenute mediante il teorema di reciprocità :

$$V_{s1} = -V_{s2} = \frac{1}{2} \int_{Slot} \underline{M} \cdot \underline{h}_{TEM} dS .$$

Da cui si ha: $\Delta V = V_{s1} - V_{s2} = \int_{Slot} \underline{M} \cdot \underline{h}_{TEM} dS = \int_{Slot} \underline{E} \times \underline{h}_{TEM} dS$, ossia la (3.132).

Essendo:

$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z_1}{Z_{IN} + Z_1} \tag{3.133}$$

e poiché:

$$Z_{IN} = \frac{n^2}{Y_s + Y_2 / 2} + Z_1 = \frac{2n^2 Z_s Z_2}{Z_s + 2Z_2} + Z_1 = \frac{2Z_1 Z_2 + Z_s (2n^2 Z_2 + Z_1)}{Z_s + 2Z_2} \tag{3.134}$$

si ha, per il coefficiente di riflessione:

$$\Gamma = \frac{Z_{IN} - Z_1}{Z_{IN} + Z_1} = \frac{\frac{2Z_1Z_2 + Z_s(2n^2Z_2 + Z_1)}{Z_s + 2Z_2} - Z_1}{\frac{2Z_1Z_2 + Z_s(2n^2Z_2 + Z_1)}{Z_s + 2Z_2} + Z_1} = \frac{n^2Z_sZ_2}{2Z_1Z_2 + Z_s(n^2Z_2 + Z_1)} \quad (3.135)$$

Pertanto l'impedenza della slot vale:

$$Z_s = \frac{2\Gamma Z_1 Z_2}{n^2 Z_2 (1 - \Gamma) - \Gamma Z_1} \quad (3.136)$$

Resta ora da determinare il legame fra la corrente magnetica sulla slot \underline{M}_s e la tensione di slot V_s che ci permette, in base alle (3.131) e (3.132), di ottenere il rapporto di trasformazione n . A tale scopo, si analizza il trasformatore equivalente alla slot di accoppiamento. La corrente che scorre al primario è I_p , quella al secondario è invece $-I_{st}/n = I_p$. La tensione di slot può dunque essere espressa come (vedi Fig.3.32):

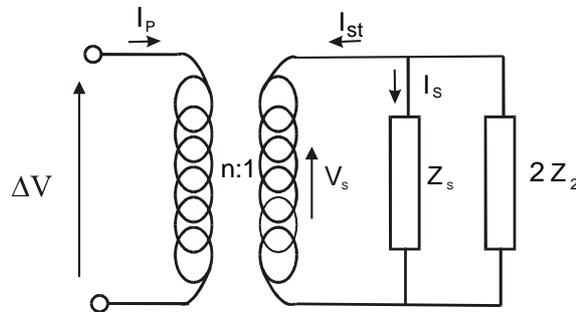


Fig.3.32: trasformatore equivalente ad una slot di accoppiamento fra due microstrip.

$$Z_{tot} = n^2 [Z_s // 2Z_2] = \frac{2n^2 Z_s Z_2}{2Z_2 + Z_s} \quad (3.137)$$

$$V_s = Z_s I_s = Z_s \frac{2Z_2}{2Z_2 + Z_s} I_{st} = -\frac{2Z_s Z_2}{2Z_2 + Z_s} n I_p \quad (3.138)$$

$$V_s = \frac{\Delta V}{n} = \frac{Z_{tot} I_p}{n} = \frac{2n^2 Z_s Z_2}{2Z_2 + Z_s} \frac{I_p}{n} = \frac{2n Z_s Z_2}{2Z_2 + Z_s} I_p \quad (3.139)$$

Per ottenere V_s è sufficiente notare che tale tensione non è altro che la discontinuità di tensione dovuta alla slot che si verifica nella linea di trasmissione equivalente microstrip superiore, ossia è analoga al ΔV sulla linea di alimentazione equivalente alla microstrip inferiore. Pertanto essa è ottenibile mediante la (3.132) nella quale il campo TEM è il campo presente nella microstrip superiore:

$$V_s = \int_{Slot} \underline{E}_{slot} \times \underline{h}_{TEM}^{sup} dS = \int_{Slot} \underline{M}_{slot}^{sup} \times \underline{h}_{TEM}^{sup} dS \quad (3.140)$$

Nell'espressione precedente si è esplicitamente indicato che sia la corrente magnetica \underline{M} , sia il campo magnetico TEM sono quelli presenti nella microstrip superiore. Mentre è ovvio che \underline{h}_{TEM} sia diverso nelle due strip (dipende dalla loro forma e dimensione), il fatto che \underline{M} sia diverso è conseguenza dello spessore non nullo del piano di massa in cui è tagliata la slot di accoppiamento.

Dalle (3.132) e (3.140) si ha, per l'espressione del coefficiente di trasformazione n , la seguente:

$$n = \frac{\Delta V}{V_s} = \frac{\int_{Slot} \underline{M}_{slot}^{inf} \times \underline{h}_{TEM}^{inf} dS}{\int_{Slot} \underline{M}_{slot}^{sup} \times \underline{h}_{TEM}^{sup} dS} \quad (3.141)$$

e quindi tale rapporto è pressoché unitario se le due guide sono uguali (sarebbe unitario se lo spessore del piano di massa fosse nullo).

Dalla (3.136), infine, si vede facilmente che l'impedenza della slot è molto piccola (ossia la slot è equivalente ad un cortocircuito, e quindi è come se non ci fosse per l'onda incidente) quando Γ è molto piccolo.

3.5.5 Risultati per l'impedenza di una slot di accoppiamento fra due strutture a microstriscia.

In letteratura sono presenti pochissimi risultati sperimentali per i parametri elettrici di una slotline, come la sua impedenza caratteristica (vedi [11]); inoltre anche il modello utilizzato per ottenere l'impedenza di tali strutture è abbastanza complesso ed è limitato ad una slotline su singolo substrato dielettrico. Il metodo sviluppato da Cohn ([11]) è stato poi adattato ad una struttura a due substrati, tenendo conto anche del fatto che il substrato superiore è limitato e non infinitamente esteso, da [12]. Tuttavia in [12] non è presentato alcun risultato né teorico né tanto meno sperimentale che mostri l'impedenza di una slot di accoppiamento fra due microstrisce; inoltre, dato che in [12] è esteso il metodo di Cohn, anche tale metodo risulta abbastanza complicato da utilizzare.

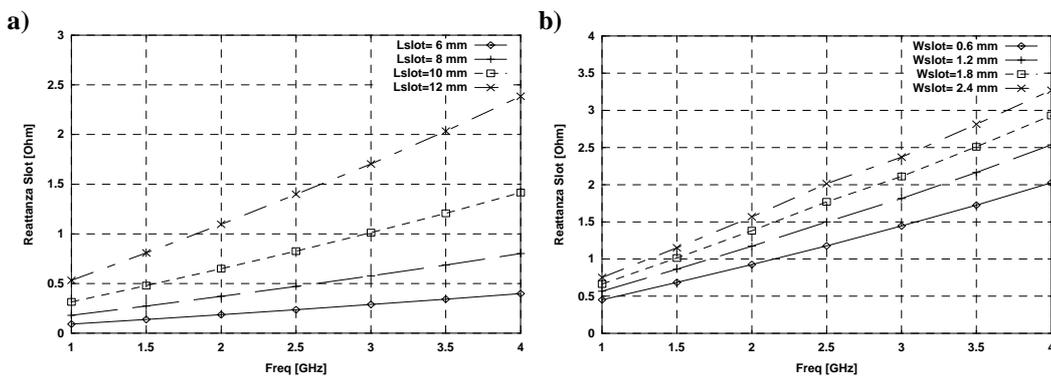


Fig.3.32: a) Reattanza della slot al variare della frequenza per quattro diverse lunghezze della slot di accoppiamento per una struttura con parametri: $w_1=8$ mm; $w_2=30$ mm; $h_1=h_2=1.6$ mm; $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=2.54$; $w_{slot}=1$ mm.
 b) Reattanza della slot al variare della frequenza per quattro diverse larghezze della slot di accoppiamento per una struttura con parametri: $w_1=8$ mm; $w_2=30$ mm; $h_1=h_2=1.6$ mm; $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}=2.54$; $L_{slot}=12$ mm.

Lo scopo di questo capitolo è, come ampiamente detto in precedenza, quello di caratterizzare completamente una slot di accoppiamento fra due strutture a microstriscia, caratterizzazione che è in pratica del tutto assente in letteratura. In conclusione sono dunque mostrati in Fig. 3.32a i risultati ottenuti per l'impedenza

della slot al variare della frequenza per quattro diverse lunghezze della slot, ed in Fig. 3.32b i risultati ottenuti per l'impedenza della slot al variare della frequenza per quattro diverse larghezze della slot.

Dai grafici precedenti risulta, come era logico aspettarsi, che la reattanza di slot è molto più sensibile alle variazioni di lunghezza che a quelle di larghezza della slot stessa. Infatti, ad esempio, per una variazione di lunghezza di circa l'80% la reattanza aumenta di un fattore pari a circa tre (Fig.3.32 a), mentre per ottenere una variazione di impedenza del 50% occorre una larghezza quattro volte più grande (Fig.3.32 b).

Bibliografia del Capitolo 3

- [1] D. Pozar, D.H. Schaubert: “*Microstrip Antennas – The Analysis and Design of Microstrip Antennas and Arrays*”, IEEE Press, 1995, pp.34-37.
- [2] P.L. Sullivan, D.H. Schaubert: “*Analysis of an aperture coupled micro-strip antenna*”, IEEE Trans. On Antennas and Prop. , AP-34, Aug 1986, pp. 977-984.
- [3] K.C. Gupta, R. Garg, I. Bahl, P. Bhartia: “*Microstrip Lines and Slotlines*”, Artech House, Inc., 1996.
- [4] K.R. Carver, J.W. Mink: “*Microstrip Antenna tchnology*”, IEEE Trans. On Antennas and Prop. , AP-29, vol. 1, Jan 1981, pp. 2-23.
- [5] R.F. Harrington: “*Field computation by moment methods*”, MacMillan, N.Y., 1968.
- [6] R.E. Collin: “*Field theory of guided waves, 2nd edition*”, IEEE Press, N.Y. 1991.
- [7] T. Itoh: “*Numerical techniques for microwave and millimetre-wave passive structures*”, J. Wiley & Sons, N.Y., 1989.
- [8] K.L. Virga, Y. Rahamat-Samii: “*Comparison of frequency [Z] matrix interpolation in the method of moments*”, 1996 URSI Radio Science Meeting, Baltimore, Md, 1996.
- [9] R.H. Jansen, M. Kirschning: “*Arguments and an accurate model for the power-current formulation of Microstrip characteristic impedance*”, Arch. Elek. Übertagung (AEÜ), vol. 37, pp. 108-112, 1983.

- [10] J. S. Rao, K. K. Koshi, B. N. Das “*Analysis of small aperture coupling between rectangular waveguide and microstrip line*”, IEEE Trans. Microwav. Theo. Techn., MTT-29, 2, February 1981.
- [11] S. B. Cohn “*Slot-Line on a dielectric substrate*”, IEEE Trans. Microw. Techn., MTT-17, 10, pp.768-778, Oct 1969
- [12] M. Himdi, J. P. Daniel “*Characteristics of sandwich-slot line in front of a parallel metallic strip*”, Electronics Letters, 27, 5, 455-456, Febr. 28, 1991

CAPITOLO 4

CONCLUSIONI

In questa tesi sono state esaminate alcune delle problematiche relative agli accoppiamenti mediante slot, che sono utilizzati tipicamente nell'alimentazione degli array, siano essi in guida d'onda o a microstriscia multistrato.

In particolare, si è focalizzata l'attenzione soprattutto su quelle problematiche poco o per niente trattate in letteratura, quali ad esempio lo studio delle slot di alimentazione per gli array planari di slot in guida d'onda (Capitolo 2) e l'analisi delle slot di alimentazione utilizzate nelle strutture a microstriscia a doppio substrato (Capitolo 3).

Nel capitolo 2 è stata presentata una tecnica diretta per l'analisi di array planari di slot in guida d'onda, applicabile sia ad array risonanti e sia ad array ad onda viaggiante. Sono stati presentati inoltre svariati esempi che confermano la validità del metodo esposto, nel quale si è ovviamente tenuto conto della variazione con la frequenza della rete di beam forming e dei parametri che la caratterizzano. Ogni slot di accoppiamento fra guida radiante e guida di alimentazione è stata modellata come un trasformatore non ideale, ossia un trasformatore con una rete LC in parallelo ad una porta. Di conseguenza il metodo può essere applicato in pratica a tutte le architetture degli array di slot, richiedendo solo piccole modifiche, o nessuna a seconda dell'architettura scelta. Sia il coefficiente di trasformazione C_i che i parametri del circuito LC dipendono dalla frequenza. Il comportamento in frequenza della BFN dipende essenzialmente dal comportamento risonante della rete di alimentazione; pertanto, se l'accuratezza richiesta non è elevata, per le slot di accoppiamento può essere utilizzato un modello più semplice (trasformatore ideale). La tecnica esposta è significativamente più efficiente rispetto alle esistenti procedure iterative, ed inoltre è parecchi ordini di grandezza più veloce rispetto ai CAD elettromagnetici 3D general purpose, fornendo comunque risultati accurati.

L'efficienza può inoltre essere ulteriormente migliorata utilizzando semplici metodi numerici, come l'interpolazione delle risposte delle slot a partire da dati pre-calcolati.

In seguito, nel Capitolo 3, è stata presentata un metodo per ottenere l'impedenza di una slot di accoppiamento in una struttura a microstriscia a doppio substrato dielettrico. La caratterizzazione di una tale slot di accoppiamento è utile per poter analizzare le antenne stampate alimentate mediante apertura, che sono di grande interesse in quanto tali strutture consentono di ottimizzare separatamente il circuito di alimentazione e quello di irradiazione. Per tale scopo si è sfruttata l'analogia fra struttura a microstrip e guida a pareti magnetiche, e si è analizzata la struttura a microstrip a doppio substrato come due guide a pareti magnetiche accoppiate tramite slot (e quindi in stretta analogia a quanto visto nel precedente capitolo per le guide d'onda) . Quest'ultima struttura è stata studiata mediante il Metodo dei Momenti che ci ha permesso di estrarne i parametri di scattering, e da questi ultimi è stato possibile ottenere l'ammittenza della slot.

In pratica, si è ricondotto il problema della caratterizzazione di una slot di accoppiamento fra due microstrip in una struttura a doppio substrato, allo studio di una slot di accoppiamento fra due guide a pareti magnetiche

Il modello descritto, analizzato mediante il metodo dei momenti, è stato inizialmente validato mediante il software HFSS ottenendo risultati molto buoni nel confronto fra i parametri di scattering.

In seguito si sono confrontati i risultati ottenuti col MoM con quelli ottenuti mediante un software commerciale che simula le strutture a microstriscia (Ensemble 4.0). In tal caso ovviamente è stata considerata la variazione in frequenza dei parametri caratteristici della microstrip, nonché la dispersione nella struttura stessa. Anche in tale confronto si sono ottenuti risultati in buon accordo per i parametri di scattering calcolati con i due metodi.

Infine è stato descritto il circuito equivalente di una slot di accoppiamento fra due microstrisce che ci ha permesso di ottenere l'impedenza della slot di accoppiamento della struttura, e sono stati presentati alcuni risultati per tale impedenza.

E' importante sottolineare che il fatto che poi la microstrip superiore venga troncata per ottenere un'antenna stampata radiante non crea problemi, in quanto l'antenna stessa può essere considerata come un risuonatore in linea di trasmissione, ossia è come se fosse un carico per la linea stessa. In sostanza si può assumere che l'energia immagazzinata nella slot (e quindi la sua reattanza) non dipenda dalla lunghezza della guida superiore, dato che tale energia è concentrata nella zona in prossimità della slot stessa; tale energia dipenderà ovviamente dalla larghezza della guida superiore, e quindi dalla larghezza dell'antenna.