

## INDICE

|   |    |
|---|----|
| INTRODUZIONE  | 1  |
| CAPITOLO 1  |    |
| IL METODO DEI MOMENTI   |    |
| 1.1 Introduzione  | 3  |
| 1.2 Descrizione del Metodo dei Momenti  | 3  |
| 1.3 Formulazione dell'equazione integrale del campo magnetico (MFIE) per una apertura | 5  |
| 1.4 Espansione dei campi in termini del potenziale vettore                            | 8  |
| 1.5 Equazioni in caso di due o più aperture in cascata                                | 9  |
| 1.6 Equazioni per aperture in pareti spesse   | 11 |
| 1.7 Equazioni per più aperture nelle stesse regioni                                   | 13 |
| 1.8 Calcolo della funzione di Green in guida vuota                                    | 15 |
| 1.9 Considerazioni generali sul Metodo dei Momenti                                    | 16 |
| CAPITOLO 2  |    |
| DISCONTINUITÀ IN GUIDA D'ONDA   |    |
| 2.1 Introduzione  | 18 |
| 2.2 Derivazione a T simmetrica  | 18 |
| 2.3 Derivazione a T con iride   | 21 |
| 2.3.1 Risultati   | 23 |
| 2.4 Corto circuito ripiegato a 90° e 180°   | 27 |
| 2.4.1 Risultati   | 30 |

### CAPITOLO 3 SLOT IN GUIDA D'ONDA

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 3.1   | Introduzione  | 35 |
| 3.2   | Slot longitudinale radiante in guida d'onda rettangolare                  | 35 |
| 3.3   | Slot longitudinale in guida d'onda rettangolare con copertura dielettrica | 37 |
| 3.3.1 | Risultati   | 38 |
| 3.4   | Slot inclinata in guida d'onda rettangolare                               | 40 |
| 3.4.1 | Risultati   | 41 |
| 3.5   | Accoppiatore serie-serie in guida d'onda rettangolare                     | 46 |
| 3.5.1 | Risultati   | 48 |

### CAPITOLO 4 INTERAZIONE SLOT-DISCONTINUITÀ

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 4.1   | Introduzione  | 50 |
| 4.2   | Interazione tra slot inclinata e terminazione in corto circuito | 50 |
| 4.3   | Interazione tra slot inclinata e terminazioni ripiegate         | 51 |
| 4.3.1 | Risultati   | 53 |
|       | BIBLIOGRAFIA  | 60 |

## INTRODUZIONE

Le slot in guida d'onda trovano applicazione principalmente come strutture radianti nella realizzazione di array di antenne. Dal punto di vista meccanico, gli array di slot presentano una elevata robustezza e soprattutto uno spessore molto ridotto, dell'ordine di una lunghezza d'onda, rispetto ad esempio agli ingombri propri di una antenna a riflettore. Essendo inoltre strutture piane, risultano particolarmente adatti per la realizzazione di sistemi radar sia per applicazioni spaziali come radar ad apertura sintetica (SAR) o meteorologici ma anche per applicazioni terrestri (e marine).

Gli array di slot presentano inoltre una elevata efficienza rispetto alle antenne a riflettore e alle antenne stampate ed è per questo motivo che vengono preferiti nello spettro di frequenze più alto delle microonde. Alla elevata efficienza si aggiunge una buona purezza del fascio, soprattutto per le slot longitudinali. Infatti le slot longitudinali comunemente usate hanno una larghezza dell'ordine di un decimo della lunghezza d'onda e lo stesso rapporto c'è anche tra la componente co-polare e la componente cross-polare della distribuzione di apertura [1]. Se a questo si aggiunge il fatto che le componenti cross-polari delle varie slot in un array non sono in fase in direzione normale all'array, si comprende che il livello complessivo della componente cross-polare è molto basso.

All'elevata efficienza e purezza di polarizzazione di contrappone una banda relativamente stretta. Questo è dovuto al fatto che gli array di slot sono array risonanti in quanto costituiti da slot risonanti. Un'altro svantaggio consiste indubbiamente nella elevata rigidità d'impiego. Infatti la posizione e le caratteristiche delle slot dipendono dal pattern che si vuole irradiare e pertanto, una volta costruito l'array, non è possibile modificare il pattern.

Un problema di rilevante importanza consiste nel progetto della rete di alimentazione per gli array di slot, che è costituita da vari tipi discontinuità in guida d'onda e necessita tra l'altro una accurata caratterizzazione del circuito di accoppiamento che ha il compito di fornire potenza alle guide che contengono le slot radianti. Accanto alle slot longitudinali impiegate essenzialmente come elementi radianti, sono pertanto di particolare interesse anche le slot inclinate, utilizzate soprattutto come slot di accoppiamento. Tramite l'inclinazione della slot è possibile modulare la quantità di potenza richiesta.

È proprio con riferimento alle possibili utilizzazioni nella realizzazione e nel progetto di array di slot che vengono studiati in questa tesi oltre alle slot radianti, vari

tipi di discontinuità in guida come ad esempio giunzioni a  $T$ , iridi e terminazioni ripiegate in corto circuito.

La presenza di slot di accoppiamento e discontinuità nella stessa rete di alimentazione spesso non consente di considerare le varie aperture isolate. È possibile caratterizzare sia le slot, sia le discontinuità in modo indipendente tramite la matrice di scattering ma una analisi di questo tipo non fornisce risultati soddisfacenti qualora l'interazione tra le strutture considerate non coinvolga il solo modo fondamentale (il  $TE_{10}$  in guida rettangolare) ma anche i modi superiori.

L'analisi della derivazione a  $T$  classica, nonché di modifiche che prevedono l'inserimento di iridi sul braccio derivato, può essere condotta tramite la tecnica del matching modale [2] oppure tramite il metodo dei momenti [3], ottenendo in entrambi i casi risultati molto accurati.

Per quanto riguarda la caratterizzazione delle slot in guida rettangolare esistono relazioni analitiche approssimate ottenute da Stevenson [4] e tecniche di analisi basate su espressioni variazionali proposte in [5,6] o sul metodo dei momenti, tecnica ampiamente sviluppata da Rengarajan [7,8] con riferimento sia alle slot radianti sia alle slot di accoppiamento.

In questa tesi viene descritta una procedura full-wave molto accurata ed efficiente basata sul metodo dei momenti secondo lo schema proposto anche in [9,10,11] e [12], per lo studio di discontinuità in guida d'onda; di slot, sia longitudinali che inclinate e con copertura dielettrica e dell'interazione tra slot e discontinuità.

La tecnica di analisi full-wave proposta è stata validata tramite risultati sperimentali mostrando sempre un ottimo accordo tra dati simulati e misurati.

Nel capitolo 1 viene descritta in modo generale la tecnica full-wave utilizzata.

Nel capitolo 2 vengono mostrati alcuni casi di discontinuità in guida d'onda, derivazione a  $T$  semplici o con iride sul braccio derivato e corto circuiti ripiegati.

Nel capitolo 3 vengono analizzati i tipi più comuni di slot in guida d'onda, con particolare riferimento alle slot longitudinali radianti e alle slot inclinate radianti o di accoppiamento. Spesso nelle applicazioni che coinvolgono array di slot si rende necessario l'uso di un involucro protettivo che modifica in modo significativo le caratteristiche di irradiazione dell'array e di cui va tenuto conto in fase di progetto. In questo capitolo viene mostrato l'effetto di una copertura dielettrica sulle singole slot radianti.

Infine nel capitolo 4 vengono analizzati i principali casi di interazione tra slot e discontinuità in guida d'onda, con particolare riferimento ai casi in cui l'interazione in *campo vicino* necessita di una analisi modale completa.

## CAPITOLO 1

### IL METODO DEI MOMENTI

#### 1.1 Introduzione

Le caratteristiche dei moderni calcolatori hanno creato i presupposti per sviluppare metodi di risoluzione numerica per un'ampia classe di problemi elettromagnetici spesso privi di una soluzione analitica. Tra i diversi metodi di soluzione numerica, riportati in letteratura, presenteremo il metodo dei momenti, inizialmente introdotto da Harrington [3], che verrà utilizzato in questa tesi per la soluzione di equazioni integrali utilizzando la formulazione proposta da Galerkin [3]. Il metodo dei momenti è un metodo generale applicabile a una lunga classe di problemi elettromagnetici ed è quello che più facilmente consente di trattare strutture aperte e problemi in cui compaiono aperture che possano essere trattate tramite il teorema di equivalenza per il quale si scelgono come incognite le correnti elettriche e magnetiche. Questo metodo risulta dunque particolarmente adatto allo studio rigoroso di discontinuità e slot in guida d'onda, che possono essere schematizzate tramite correnti magnetiche equivalenti. Esistono molte versioni e varianti del metodo dei momenti, ognuna più adatta delle altre a un particolare tipo di problema. Il concetto alla base del metodo dei momenti è quello di ridurre un'equazione integrale ad un opportuno sistema di equazioni lineari, che è possibile risolvere con le tecniche usuali (o con tecniche ad hoc). Per fare questo si sviluppano le funzioni incognite in una base nota e si proietta poi l'equazione integrale su di un'altra base. L'equazione integrale può derivare da condizioni sui campi o sui potenziali e può essere scritta nel dominio spaziale o in quello spettrale. Le funzioni di base possono essere uguali alle funzioni di espansione (metodo di Galerkin) o possono essere scelte in modo opportuno, sulla base del problema da trattare. Inoltre le singole funzioni possono essere definite su una piccola parte della struttura o su tutta e all'occorrenza possono tenere conto di richieste di carattere fisico come ad esempio il comportamento del campo sugli spigoli.

#### 1.2 Descrizione del Metodo Dei Momenti

Il metodo dei momenti è una procedura generale che consente di risolvere per via numerica equazioni lineari. Consideriamo un'equazione non omogenea

$$L(f) = g \tag{1}$$

dove  $L$  è l'operatore lineare,  $g$  è nota ed  $f$  deve essere determinata. Possiamo espandere la funzione  $f$  in una serie di funzioni definite nel dominio di  $L$

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad (2)$$

dove gli  $\alpha_n$  sono costanti da determinare. Chiameremo le  $f_n$  funzioni di base o funzioni di espansione. Per ottenere dalla (2) la soluzione esatta occorre usare una sommatoria infinita e scegliere come  $f_n$  una serie completa di funzioni di base. Essendo però interessati ad una soluzione approssimata ci limiteremo nella (2) ad una sommatoria finita, senza essere vincolati a scegliere per  $f_n$  un sistema completo. D'altra parte è necessario che le  $f_n$  siano linearmente indipendenti e scelte in modo che la relazione (2) approssimi  $f$  in modo ragionevole. Sostituendo l'espressione (2) nella (1) otteniamo

$$g = \sum \alpha_n L(f_n) \quad (3)$$

Introduciamo poi una serie di funzioni peso, o funzioni di test,  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , nel range di  $L$  e, supponendo fissato un opportuno prodotto interno  $\langle g_1, g_2 \rangle$  nello spazio dei dati, consideriamo il prodotto interno della (3) con ogni funzione  $w_m$ . Il risultato il seguente

$$\sum \alpha_n \langle w_n, Lf_n \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

che può essere scritta in forma matriciale come

$$\underline{\mathbf{A}} \alpha = \mathbf{g} \quad (5)$$

Se la matrice  $\underline{\mathbf{A}}$  non è singolare allora esiste la sua inversa  $\underline{\mathbf{A}}^{-1}$ ; il vettore colonna  $\alpha$  sarà dato da  $\alpha = \underline{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{g}$  e la soluzione  $f$  fornita dalla relazione (2).

Le possibili implementazioni di questo metodo generale si differenziano per la scelta delle  $f_n$  e  $w_n$  nonché dall'ordine di troncamento della sommatoria in (2). I fattori che determinano la scelta di  $f_n$  e  $w_n$  sono

- L'accuratezza desiderata per la soluzione.
- La semplicità di valutazione degli elementi della matrice.
- La realizzazione di una matrice ben condizionata.
- La possibilità di ottenere una matrice con particolari proprietà.

Come già detto la scelta particolare  $f_n = w_n$  è nota come metodo di Galerkin.

### 1.3 Formulazione dell'equazione integrale del il campo magnetico (MFIE) per una apertura

Consideriamo inizialmente una apertura  $A$  in uno schermo  $C.E.P.$  di spessore infinitesimo (figura 1), investita da un campo incidente (valutato con l'apertura sostituita da  $C.E.P.$ ).

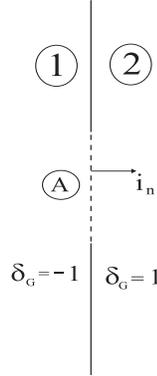


Figura 1. Apertura in uno schermo di conduttore elettrico perfetto.

è possibile sostituire all'apertura una corrente magnetica equivalente (posta su un  $C.E.P.$ ) o più precisamente due correnti opposte sulle due facce della apertura (teorema di equivalenza) che si possono discretizzare come

$$\tilde{\mathbf{M}}^A = \delta_g \zeta \sum_{n=1}^N a_n^A \mathbf{m}_n^A \quad (6)$$

dove  $\delta_g$  vale  $\pm 1$  a seconda del lato considerato (e nel seguito si assume  $\delta_g = -1$  dal lato del campo incidente). La costante  $\zeta = 377\Omega$  è usata per avere come coefficienti incogniti dei campi magnetici  $[a_n] = A/m$ . Sulla apertura la continuità del campo elettrico tangente è automatica. Quella del campo magnetico va imposta:

$$\mathbf{H}_{2,t} = \mathbf{H}_{1,t} + \mathbf{H}_{inc,t} \quad su \ A \quad (7)$$

dove i pedici 1 e 2 indicano la regione in cui viene calcolato il campo. Ovviamente  $\mathbf{H}_1$  dipende da  $\tilde{\mathbf{M}}^A$  dal lato 1, mentre  $\mathbf{H}_2$  dipende da  $\tilde{\mathbf{M}}^A$  dal lato 2. Riscrivendo la (6) come  $\tilde{\mathbf{M}}^A = \delta_g \mathbf{M}^A$  e introducendo simbolicamente due funzioni di Green la (7) diventa

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}^A \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, -\mathbf{M}^A \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t} \quad (8)$$

dove i due apici su  $\underline{\mathbf{G}}$  indicano la posizione del punto campo e della sorgente (nel nostro caso sempre la superficie  $A$  della apertura). Dalla (8) segue

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA} + \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, \mathbf{M}^A \rangle_t = \mathbf{H}_{inc,t} \quad (9)$$

che è l'equazione integrale del metodo dei momenti. Utilizzando la discretizzazione (6) e proiettando su di una base opportuna si ottiene un sistema lineare nelle  $a_n^A$  che, risolto, consente di calcolare la corrente magnetica incognita e da questa tutto il comportamento elettromagnetico della apertura. Sostituendo dunque la (6) nella (9) si ha

$$\zeta \sum a_n^A \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA} + \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, \mathbf{m}_n^A \rangle_t = \mathbf{H}_{inc,t} \quad (10)$$

e quindi, proiettando sulle stesse  $\mathbf{m}_n^A$  (metodo di Galerkin)

$$\zeta \sum a_n^A \int_{S_A} \mathbf{m}_m^A \cdot \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA} + \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, \mathbf{m}_n^A \rangle_t dS_A = \int_{S_A} \mathbf{m}_m^A \cdot \mathbf{H}_{inc,t} dS_A \quad (11)$$

con integrali (e campo incidente) calcolati sulla apertura  $A$ . Simbolicamente si ha

$$\sum A_{mn}^A a_n^A = T_m^A \quad (12)$$

dove  $[T_m] = A_m$  e quindi  $[A_{mn}^A] = m^2$ . Talvolta sarà necessario separare i contributi alla matrice  $\underline{\mathbf{A}}$  nelle due regioni 1 e 2 e scriveremo allora

$$\underline{\mathbf{A}}^{AA} = \underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{A}}^{A2} \quad (13)$$

La generalizzazione a più aperture è ora ovvia. Ad ogni apertura si associa una corrente magnetica discretizzata secondo la (6) e si scrive una condizione di continuità del campo magnetico (7). Nello sviluppare la (7) per ottenere la (10) va poi tenuto conto che il campo su ognuno dei due lati della apertura dipende da più correnti magnetiche e che solo in una zona è presente il campo incidente. Ad esempio  $\mathbf{H}_{1,t}^A$  dipende non solo dalla corrente magnetica  $\mathbf{M}_A$  (col suo segno) ma anche da tutte le correnti magnetiche relative alle altre aperture della regione 1, e così per tutti gli altri campi. Occorreranno quindi anche funzioni di Green con i due apici diversi, e quindi termini del tipo

$$\zeta a_n^B \int_{S_A} \mathbf{m}_m^A \cdot \langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AB}, \mathbf{m}_n^B \rangle_t dS_A \quad (14)$$

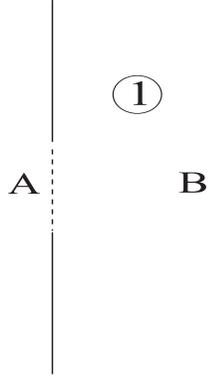


Figura 2. Due aperture su conduttore elettrico perfetto.

In particolare il contributo (14) è relativo all'effetto che la corrente posta sulla apertura  $B$  produce sulla apertura  $A$  <sup>(1)</sup> (figura 2). Dal teorema di reciprocità segue che

$$\int_{S_A} \mathbf{m}_m^A \cdot \langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AB}, \mathbf{m}_n^B \rangle_t dS_A = \int_{S_B} \mathbf{m}_n^B \cdot \langle \underline{\mathbf{G}}_1^{BA}, \mathbf{m}_m^A \rangle_t dS_B \quad (15)$$

che usualmente consente di calcolare solo parte dei termini di accoppiamento tra le aperture. è però ovvio che ciò è possibile solo se funzioni di espansione e funzioni di test coincidono (ovvero se si sta utilizzando il metodo di Galerkin). Formalmente il caso di più aperture ( $A, B, \dots$ ) e più regioni può essere ottenuto in una forma simile alla (12). Se riscriviamo la (12) come  $\underline{\mathbf{A}}^{AA} \cdot \mathbf{a}^A = \mathbf{T}^A$ , la sua generalizzazione è ancora un sistema lineare ma con le matrici partizionate:

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{AA} & \underline{\mathbf{A}}^{AB} & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^{BA} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^A \\ \mathbf{a}^B \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^A \\ \mathbf{T}^B \\ \dots \end{pmatrix} \quad (16)$$

Nella (16)  $\mathbf{a}^A, \mathbf{a}^B \dots$  sono i vettori delle incognite delle varie aperture e  $\mathbf{T}^A, \mathbf{T}^B$  i vettori dei termini noti, che sono nulli se il campo incidente non insiste sulla apertura, altrimenti hanno la stessa espressione del secondo membro di (11). Le matrici diagonali  $\underline{\mathbf{A}}^{AA}$  e  $\underline{\mathbf{A}}^{BB}$  hanno la stessa espressione del primo membro della (11) mentre le altre sono matrici di accoppiamento e hanno la forma (14). Precisamente

---

<sup>(1)</sup> La convenzione sull'ordine degli apici di  $\underline{\mathbf{G}}$ , e di conseguenza sulla matrice del  $MoM$  è: effetto-causa. Val la pena ricordare che quest'ordine è anche quello usato per definire la matrice di scattering di una giunzione.

la (14) è  $A_{mn}^{AB}$ , dove gli indici  $m, n$  sono relativi ad aperture diverse, e dal teorema di reciprocità (vedi (15) e considerazioni connesse)  $A_{mn}^{AB} = A_{nm}^{BA}$  ovvero

$$\underline{\mathbf{A}}^{AB} = (\underline{\mathbf{A}}^{BA})^T \quad (17)$$

Naturalmente la (16) ha solo valore simbolico. Si vedrà in seguito come va esplicitata nei casi di interesse, tenendo conto ad esempio che se due aperture sono molto vicine (e uguali), come ad esempio per una slot tagliata in una parete di spessore non infinitesimo, conviene usare come incognita la differenza dei coefficienti incogniti, al posto di uno dei due, per ottenere un sistema meglio condizionato.

#### 1.4 Espansione dei campi in termini del potenziale vettore

Gli elementi di matrice  $A_{mn}$  (si veda (11) oppure (14)) sono essenzialmente delle reazioni di un campo magnetico su di una corrente magnetica. In molti casi conviene esprimere il campo in termini di potenziale vettore. È utile quindi ottenere le espressioni esplicite degli elementi di matrice in questi casi. Per ottenere il potenziale vettore  $\mathbf{F}$  (di Fitzgerald) partiamo dalle equazioni di Maxwell nel dominio della frequenza per un mezzo lineare e omogeneo nel tempo. La loro soluzione generale può essere espressa in termini di due potenziali  $\mathbf{F}$  e  $\Psi$  come

$$\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{F} \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{F} + \nabla\psi \quad (19)$$

Possiamo richiedere che i potenziali soddisfino la gauge di Lorentz:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} + j\omega\mu\psi = 0 \quad (20)$$

ottenendo, dalle equazioni di Maxwell

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = \mathbf{M} \quad (21)$$

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = \frac{j}{\omega\mu} \nabla \cdot \mathbf{M} \quad (22)$$

Naturalmente  $\psi$  è inutile, in quanto dalla (20) si ottiene

$$\psi = -\frac{j}{\omega\mu} \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (23)$$

e, noto  $\mathbf{F}$ , si ottiene  $\mathbf{H}$  come

$$\mathbf{H} = j\omega\epsilon[\mathbf{F} + \frac{1}{k^2}\nabla\nabla \cdot \mathbf{F}] \quad (24)$$

con  $k^2 = \omega^2\epsilon\mu$  costante di propagazione caratteristica del mezzo. Sui *C.E.P.* la condizione al contorno su  $E_t$  diventa

$$\mathbf{i}_n \times \nabla \times \mathbf{F} = 0 \quad (25)$$

cui conviene aggiungere quella sulla componente normale di  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_n + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial n} \nabla \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (26)$$

A questo punto si riprende l'espressione dell'elemento di matrice

$$\int_{S_B} \mathbf{m}_m^B \cdot \mathbf{H}_n^{BA} dS_B \quad (27)$$

dove  $\mathbf{H}_n^{BA} = \langle \underline{\mathbf{G}}^{BA}, \mathbf{m}_n^A \rangle$ . Ovviamente se  $A$  e  $B$  coincidono la matrice  $\underline{\mathbf{G}}$  sarà una delle due funzioni di Green  $\underline{\mathbf{G}}_1$  o  $\underline{\mathbf{G}}_2$ , ovvero la (27) è uno dei due contributi all'elemento di matrice. Sostituendo la (24) si ottiene

$$j\omega\epsilon\left\{ \int_{S_B} \mathbf{m}_m^B \cdot \mathbf{F}_n^{BA} dS_B + \frac{1}{k^2} \int_{S_B} \mathbf{m}_m^B \cdot [\nabla\nabla \cdot \mathbf{F}]_n^{BA} dS_B \right\} \quad (28)$$

in cui  $\mathbf{F}$ ,  $\nabla\nabla \cdot \mathbf{F}$  hanno come sorgente  $\mathbf{m}_n^A$  posta sulla superficie  $A$  e sono calcolate sulla superficie  $B$ . Si noti comunque che, come segue da (22,23)  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  ha, in realtà, come sorgente  $\nabla \cdot \mathbf{m}_n$ . Al secondo termine della (28) possiamo applicare il teorema della divergenza e se  $\mathbf{i}_n \cdot \mathbf{m}_n = 0$  dove  $\mathbf{i}_n$  è la normale al contorno della apertura  $B$  (giacente sulla superficie) allora (sottintendendo apici e pedici)

$$\int_S \mathbf{m} \cdot \nabla\nabla \cdot \mathbf{F} dS = - \int_S (\nabla \cdot \mathbf{m})(\nabla \cdot \mathbf{F}) dS \quad (29)$$

e quindi l'elemento di matrice diventa

$$j\omega\epsilon\left\{ \int_{S_B} \mathbf{m}_m^B \cdot \mathbf{F}_n^{BA} dS_B - \frac{1}{k^2} \int_{S_B} (\nabla \cdot \mathbf{m}_m^B)[\nabla \cdot \mathbf{F}]_n^{BA} dS_B \right\} \quad (30)$$

### 1.5 Equazioni in caso di due o più aperture in cascata

Finora abbiamo considerato esplicitamente solo le equazioni relative ad una apertura (11).

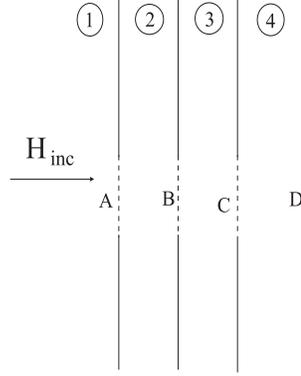


Figura 3. Quattro aperture in cascata.

Conviene esplicitare anche i casi di interesse con più aperture, iniziando dal caso più semplice di aperture in cascata (figura 3), in cui le varie regioni sono separate e comunicano solo tramite le relative aperture. Assumiamo ancora come 1 la regione del campo incidente, che arriva dal lato  $\delta_g=-1$  della apertura  $A$ , e numeriamo consecutivamente regioni e aperture, mantenendo la sequenza  $\delta_g=-1$ ,  $\delta_g=1$  per tutte le aperture (ovvero da sinistra a destra in figura 3). Le condizioni di continuità diventano

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, -\mathbf{M}_A \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t} = \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t \quad (31)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BA}, \mathbf{M}_A \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BB}, \mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BC}, -\mathbf{M}_C \rangle_t \quad (32)$$

e così via. Solo sull'ultima equazione manca il secondo termine a secondo membro. Si possono riscrivere le (31,32) nella forma

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA} + \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t = \mathbf{H}_{inc,t} + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AB}, \mathbf{M}_B \rangle_t \quad (33)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BB} + \underline{\mathbf{G}}_3^{BB}, \mathbf{M}_B \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BC}, \mathbf{M}_C \rangle_t \quad (34)$$

Nelle (33,34) risultano separati i termini di autoreazione a primo membro, da quelli di accoppiamento a secondo membro. Proiettando sulle funzioni di test le (33,34) diventano

$$\sum A_{mn}^{AA} a_n^A = T_m^A + \sum A_{mn}^{AB} a_n^B \quad (35)$$

$$\sum A_{mn}^{BB} a_n^B = \sum A_{mn}^{BA} a_n^A + \sum A_{mn}^{BC} a_n^C \quad (36)$$

e similari. Va comunque subito notato che i vari indici  $n$  ed  $m$  sono in realtà diversi e andrebbero scritti con pedici che indicano la superficie. Per semplicità li omettiamo, ricordando che ogni  $n$  è relativo alla apertura del punto sorgente (ovvero nella (35) il primo  $n$  è un  $n_A$  e il secondo è un  $n_B$ ) e  $m$  è relativo alla apertura del punto campo (ovvero  $m_A$  per la prima equazione,  $m_B$  per la seconda e così via). In termini matriciali si ha

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{AA} & -\underline{\mathbf{A}}^{AB} & 0 \\ -\underline{\mathbf{A}}^{BA} & \underline{\mathbf{A}}^{BB} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^A \\ \mathbf{a}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

Ricordando la (17) si ha anche

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{AA} & -\underline{\mathbf{A}}^{AB} & 0 \\ -(\underline{\mathbf{A}}^{AB})^T & \underline{\mathbf{A}}^{BB} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^A \\ \mathbf{a}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (38)$$

### 1.6 Equazioni per aperture in pareti spesse

Se una o più aperture è ottenuta in una parete spessa (figura 4), si può naturalmente utilizzare l'analisi del paragrafo precedente. Tuttavia e' facile immaginare che  $\mathbf{a}^A \simeq \mathbf{a}^B$  e quindi il sistema rischia di essere mal condizionato. Può allora convenire sostituire  $\mathbf{a}^B$  con la differenza

$$\mathbf{x}^B = \frac{1}{D_A} (\mathbf{a}^B - \mathbf{a}^A) \quad (39)$$

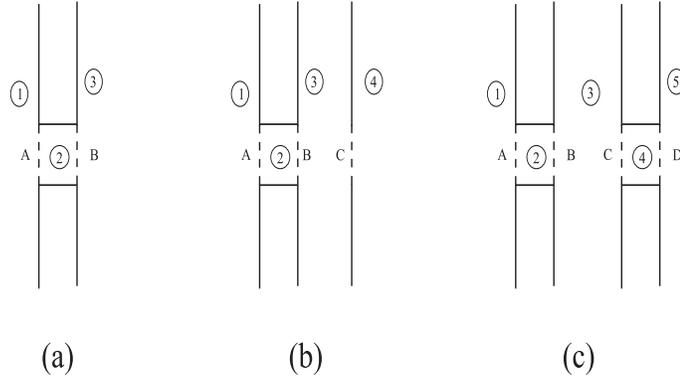


Figura 4. Aperture in pareti spesse.

dove  $D_A$  è la distanza tra le due aperture  $A$  e  $B$ . Ovviamente le equazioni si modificheranno. Riprendiamo la (38) per tre regioni e due aperture

$$\underline{\mathbf{A}}^{AA} \mathbf{a}^A - \underline{\mathbf{A}}^{AB} \mathbf{a}^B = \mathbf{T}^A \quad (40)$$

$$-(\underline{\mathbf{A}}^{AB})^T \mathbf{a}^A + \underline{\mathbf{A}}^{BB} \mathbf{a}^B = 0 \quad (41)$$

A questo punto si possono separare le matrici  $\underline{\mathbf{A}}^{AA}$  e  $\underline{\mathbf{A}}^{BB}$  nei contributi delle due regioni che si affacciano sulle rispettive sezioni  $A$  e  $B$ . Indichiamo i contributi interni (relativi al campo nella zona 2) rispettivamente con  $\underline{\mathbf{Y}}_{11}$  e  $\underline{\mathbf{Y}}_{22}$ . Poniamo inoltre  $\underline{\mathbf{A}}^{AB} = \underline{\mathbf{Y}}_{12}$ , in modo da esplicitare il fatto che il contributo della regione 2 è la matrice di ammettenza della regione.

Poichè dalla (39) segue

$$\mathbf{a}^B = \mathbf{a}^A + D_A \mathbf{x}^B \quad (42)$$

si ha

$$(\underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{Y}}_{11}) \mathbf{a}^A - \underline{\mathbf{Y}}_{12} (\mathbf{a}^A + D_A \mathbf{x}^B) = \mathbf{T}^A \quad (43)$$

$$-(\underline{\mathbf{Y}}_{12})^T \mathbf{a}^A + (\underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{Y}}_{22}) (\mathbf{a}^A + D_A \mathbf{x}^B) = 0 \quad (44)$$

ovvero in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} + (\underline{\mathbf{Y}}_{11} - \underline{\mathbf{Y}}_{12}) & -D_A \underline{\mathbf{Y}}_{12} \\ \underline{\mathbf{A}}^{B3} + (\underline{\mathbf{Y}}_{22} - (\underline{\mathbf{Y}}_{12})^T) & D_A \underline{\mathbf{A}}^{B3} + D_A \underline{\mathbf{Y}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^A \\ \mathbf{x}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (45)$$

Se introduciamo una matrice di spessore  $\mathbf{S}$

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_{11} - \underline{\mathbf{Y}}_{12} & -D_A \underline{\mathbf{Y}}_{12} \\ \underline{\mathbf{Y}}_{22} - (\underline{\mathbf{Y}}_{12})^T & D_A \underline{\mathbf{Y}}_{22} \end{pmatrix} \quad (46)$$

possiamo scrivere la (45) come

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{S}}_{11} & \underline{\mathbf{S}}_{12} \\ \underline{\mathbf{S}}_{21} & \underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{S}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}^A \\ \mathbf{x}^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (47)$$

che risolve il problema per il caso in figura 4a. è però possibile avere più aperture con uno o più spessori. In tal caso conviene determinare una procedura generale per tenere conto dello spessore. Si parte costruendo prima la matrice senza il contributo di tutte le regioni considerate spessore (cioè quelle in cui si usa la differenza (39)), quindi inserendo solo i contributi esterni per le auto-reazioni delle aperture che delimitano gli spessori

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{\mathbf{A}}^{B3} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} \\ 0 & -(\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & \underline{\mathbf{A}}^{CC} \end{pmatrix} \quad (48)$$

mentre le aperture che non insistono su spessori sono trattate normalmente. Successivamente la colonna della seconda apertura di ogni spessore va aggiunta a quella della prima e va moltiplicata per  $D_A$ , ottenendo

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} & 0 & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^{B3} & D_A \underline{\mathbf{A}}^{B3} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} \\ -(\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & -D_A (\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & \dots \end{pmatrix} \quad (49)$$

Infine si somma ai quattro elementi collegati da ogni spessore la corrispondente matrice di spessore  $\underline{\mathbf{S}}$ , in modo da ottenere una forma simile alla (47)

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{S}}_{11} & \underline{\mathbf{S}}_{12} & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{S}}_{21} & D_A \underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{S}}_{22} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} \\ -(\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & -D_A (\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & \dots \end{pmatrix} \quad (50)$$

Si noti comunque che ogni spessore fa modificare solo le due colonne corrispondenti alle aperture che lo delimitano. Se per il caso della matrice (50) vi fosse un ulteriore spessore tra  $C$  e  $D$ , ovvero come regione 4 (figura 4c), l'elemento (3,3) verrebbe modificato da questo spessore, con una struttura finale del tipo

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{S}}_{11}^{(2)} & \underline{\mathbf{S}}_{12}^{(2)} & 0 & 0 & \dots \\ \underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{S}}_{21}^{(2)} & D_A \underline{\mathbf{A}}^{B3} + \underline{\mathbf{S}}_{22}^{(2)} & -\underline{\mathbf{A}}^{BC} & 0 & \dots \\ -(\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & -D_A (\underline{\mathbf{A}}^{BC})^T & \underline{\mathbf{A}}^{C3} + \underline{\mathbf{S}}_{11}^{(4)} & \underline{\mathbf{S}}_{12}^{(4)} & \dots \\ 0 & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{D5} + \underline{\mathbf{S}}_{21}^{(4)} & D_A \underline{\mathbf{A}}^{D5} + \underline{\mathbf{S}}_{22}^{(4)} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (51)$$

dove  $\underline{\mathbf{S}}^{(2)}$  ed  $\underline{\mathbf{S}}^{(4)}$  sono rispettivamente le matrici di spessore delle regioni (2) e (4).

### 1.7 Equazioni per più aperture nelle stesse regioni

Un caso tipico che si presenta nello studio di aperture e slot in guida d'onda è quello di due o più aperture tra le stesse regioni, come nel caso in cui si voglia valutare l'accoppiamento tra più aperture nella stessa parete sottile (figura 5a) o spessa (figura 5b). Anche qui la numerazione e la scelta del segno può essere fatta in modo coerente (e coerente con il caso di singola apertura).

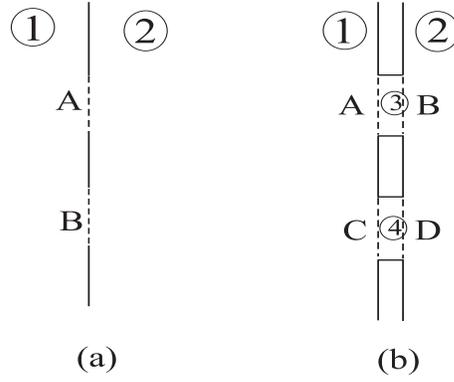


Figura 5. Due aperture su una parete sottile (a) e spessa (b).

Esaminiamo il caso di parete sottile. Si avrà come condizione di continuità

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, -\mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t}^A = \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AB}, \mathbf{M}_B \rangle_t \quad (52)$$

e analoghe per tutte le altre aperture. Poichè ora  $\mathbf{H}_{inc}$  è presente su più aperture conviene inserire un apice per indicare quale apertura si considera. Dopo la discretizzazione e la proiezione si ottiene

$$(\underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{A}}^{A2})a^A + (\underline{\mathbf{A}}^{AB1} + \underline{\mathbf{A}}^{AB2})a^B = T^A \quad (53)$$

$$(\underline{\mathbf{A}}^{B1} + \underline{\mathbf{A}}^{B2})a^B + (\underline{\mathbf{A}}^{BA1} + \underline{\mathbf{A}}^{BA2})a^A = T^B \quad (54)$$

in cui ovviamente  $\underline{\mathbf{A}}^{BAi} = (\underline{\mathbf{A}}^{ABi})^T$ . In presenza di  $N$  aperture vi saranno  $N - 1$  termini misti, tutti dello stesso tipo di quelli delle equazioni (53,54). Nel caso di parete spessa le modifiche sono simili a quelle del paragrafo precedente. Si parte dalla matrice (partizionata  $4 \times 4$ ) che contiene solo i termini esterni (che sono quelli delle (53,54))

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{AC1} & 0 \\ 0 & \underline{\mathbf{A}}^{B2} & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{BD2} \\ (\underline{\mathbf{A}}^{AC1})^T & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{C1} & 0 \\ 0 & (\underline{\mathbf{A}}^{BD2})^T & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{D2} \end{pmatrix} \quad (55)$$

Si aggiungono alle colonne 1 e 3 le colonne 2 e 4 rispettivamente e poi si moltiplicano quelle ultime per lo spessore  $D_A$  o  $D_C$ . Infine si aggiungono le matrici di spessore ottenendo

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}^{A1} + \underline{\mathbf{S}}_{11}^{(3)} & \underline{\mathbf{S}}_{12}^{(3)} & \underline{\mathbf{A}}^{AC1} & 0 \\ \underline{\mathbf{A}}^{B2} + \underline{\mathbf{S}}_{21}^{(3)} & D_A \underline{\mathbf{A}}^{B2} + \underline{\mathbf{S}}_{22}^{(3)} & \underline{\mathbf{A}}^{BD2} & D_C \underline{\mathbf{A}}^{BD2} \\ (\underline{\mathbf{A}}^{AC1})^T & 0 & \underline{\mathbf{A}}^{C1} + \underline{\mathbf{S}}_{11}^{(4)} & \underline{\mathbf{S}}_{12}^{(4)} \\ (\underline{\mathbf{A}}^{BD2})^T & D_A (\underline{\mathbf{A}}^{BD2})^T & \underline{\mathbf{A}}^{D2} + \underline{\mathbf{S}}_{21}^{(4)} & D_C \underline{\mathbf{A}}^{D2} + \underline{\mathbf{S}}_{22}^{(4)} \end{pmatrix} \quad (56)$$

Il caso di  $N(> 2)$  aperture fornirà una matrice partizionata in  $N \times N$  sottomatrici a loro volta  $2 \times 2$ . I blocchi diagonali sono simili a quelli diagonali di (56) e quelli fuori diagonale ai corrispondenti di (56). Il termine noto è simile a quello delle (53,54) ma è diverso da zero solo nelle righe dispari.

### 1.8 Calcolo della funzione di Green in guida vuota

In questa tesi si analizzeranno discontinuità e slot in guida d'onda rettangolare, pertanto in questo paragrafo ci occuperemo della determinazione della funzione di Green per il potenziale vettore  $\mathbf{F}$  in una guida rettangolare di dimensioni  $a$  e  $b$ , riempita con un dielettrico omogeneo. Per determinare il potenziale vettore  $\mathbf{F}$  e la sua divergenza in una guida riempita con un dielettrico omogeneo, tenendo presente le (22,23), possiamo espandere  $\mathbf{F}$  in autofunzioni del laplaciano [13]

$$\nabla^2 \Psi + \lambda \Psi = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \nabla_t^2 \Psi + \lambda \Psi = 0 \quad (58)$$

Scegliendo la dipendenza da  $z$  come  $e^{-jwz}$  si ottiene

$$\nabla_t^2 \Psi + \lambda \Psi - w^2 \Psi = 0 \quad (59)$$

e, ponendo  $k_t^2 = \lambda - w^2$ , si ottiene

$$\nabla_t^2 \Psi + k_t^2 \Psi = 0 \quad (60)$$

Ogni autofunzione vettoriale può essere decomposta in una autofunzione solenoidale a sua volta separabile in due funzioni  $\mathbf{M}$  ed  $\mathbf{N}$  e in una irrotazionale  $\mathbf{L}$ . Le funzioni  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  ed  $\mathbf{L}$  possono essere ricavate da tre funzioni scalari  $\Psi_l$ ,  $\Psi_e$ ,  $\Psi_h$  soluzioni dell'equazione di Helmholtz scalare

$$\mathbf{M} = \nabla \times (\Psi_l e^{-iwz} \mathbf{i}_z) \quad (61)$$

$$\mathbf{L} = \nabla (\Psi_e e^{-iwz}) \quad (62)$$

$$\sqrt{\lambda}\mathbf{N} = \nabla \times \nabla \times (\Psi_h e^{-i\omega z} \mathbf{i}_z) \quad (63)$$

Le autofunzioni sono una doppia infinità e dunque il potenziale  $\mathbf{F}$  si può esprimere nella forma

$$F = \sum_{n,m} \int [a_{n,m} \mathbf{M}_{n,m}(\mathbf{r}, \mathbf{w}) + b_{n,m} \mathbf{N}_{n,m}(\mathbf{r}, \mathbf{w}) + c_{n,m} \mathbf{L}_{n,m}(\mathbf{r}, \mathbf{w})] dw \quad (64)$$

Imponendo le condizioni al contorno per i potenziali  $\Psi_l$ ,  $\Psi_e$ ,  $\Psi_h$  e risolvendo l'integrale (64) si ottiene

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = & -\frac{j}{2} \sum_{n,m} \frac{\epsilon_{n0} \epsilon_{m0}}{\beta_{nm} ab} \\ & \left[ \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \mathbf{i}_x \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \sin \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{b} \mathbf{i}_x \cdot \mathbf{M} dV' + \right. \\ & \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \mathbf{i}_y \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \sin \frac{m\pi y'}{b} \mathbf{i}_y \cdot \mathbf{M} dV' + \\ & \left. \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \mathbf{i}_z \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{b} \mathbf{i}_z \cdot \mathbf{M} dV' \right] \quad (65) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{F} = & -\frac{j}{2} \sum_{n,m} \frac{\epsilon_{n0} \epsilon_{m0}}{\beta_{nm} ab} \\ & \left[ \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \int e^{-j\beta_{nm}|z-z'|} \cos \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{b} \nabla \cdot \mathbf{M} dV' \right] \quad (66) \end{aligned}$$

dove  $\beta_{nm}$  è la costante di propagazione per l' $nm$ -esimo modo,  $\epsilon_{n0}$  le note costanti di normalizzazione in guida rettangolare e  $\mathbf{M}$  una distribuzione di corrente magnetica generica.

### 1.9 Considerazioni generali sul Metodo dei Momenti

Le funzioni di Green (65,66) sono espresse sotto forma di una serie infinita in  $n$  ed  $m$ . È evidente che, per poter calcolare gli elementi di matrice, questa serie deve essere troncata in corrispondenza ai valori  $\tilde{n}$ ,  $\tilde{m}$  in modo tale che

$$\left(\frac{\tilde{n}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{m}\pi}{b}\right)^2 < \left(\frac{N_G \pi}{a}\right)^2 \quad (67)$$

con  $N_G$  scelto in modo da avere un errore di troncamento trascurabile. Si osservi come, per problemi di convergenza relativa [2] è poi necessario scegliere  $\tilde{n}$  ed  $\tilde{m}$  in modo tale che

$$\tilde{m} = \text{int} \left[ \frac{b}{a} \tilde{n} \right] \quad (68)$$

Un altro fattore da tenere presente nell'implementazione della tecnica utilizzata in questa tesi riguarda la scelta delle funzioni di espansione per la corrente magnetica che, per i problemi che studieremo, sono funzioni a dominio intero cioè definite su tutta l'apertura. In particolare verranno utilizzate funzioni sinusoidali, particolarmente adatte per aperture rettangolari, come quelle che verranno prese in considerazione nei capitoli successivi. Per rappresentare esattamente la corrente magnetica su una apertura mediante una espressione el tipo (6) occorrerebbero infinite equazioni. In genere si accetta una approssimazione della corrente sull'apertura troncando la serie ad un numero  $\overline{N}$  finito, da scegliere opportunamente in modo da garantire la convergenza dei risultati.

Dalla soluzione del sistema lineare relativo al Metodo dei Momenti si ottengono le correnti incognite e, da queste, con semplici passaggi i parametri caratteristici della struttura sotto analisi, ad esempio impedenza di ingresso o parametri di scattering. Solitamente interessa la risposta della struttura al variare della frequenza (o di qualche parametro geometrico della struttura a frequenza fissata). Il tempo di calcolo complessivo per la tecnica del Metodo dei Momenti si divide nel tempo necessario al riempimento della matrice dei coefficienti e nel tempo di soluzione del sistema lineare. Poichè tipicamente il tempo di riempimento della matrice è molto maggiore, nei casi in cui è richiesta una analisi in frequenza, che richiede di ricalcolare per ogni punto tutta la matrice, è conveniente utilizzare un procedimento di interpolazione in frequenza. Si calcola la matrice dei coefficienti ai due estremi e al centro della banda di interesse. Dopodichè la matrice per ciascun punto di frequenza viene calcolata tramite una interpolazione quadratica. Questa procedura come descritto in [14] e come si vedrà in seguito, fornisce ottimi risultati in quanto non consiste nell'interpolazione di una risposta risonante (come ad esempio il coefficiente di riflessione di una slot in guida) ma di una risposta molto più regolare come la reazione di un campo magnetico su una corrente. Questa tecnica consente dunque una notevole efficienza nel calcolo della risposta in frequenza soprattutto per strutture risonanti.

## CAPITOLO 2

### DISCONTINUITÀ IN GUIDA D'ONDA

#### 2.1 Introduzione

Lo studio di discontinuità in guida d'onda ha una importanza notevole soprattutto per la caratterizzazione di divisori, accoppiatori a microonde e varie tipologie di reti di alimentazione per array di slot. In questo capitolo si descriveranno le linee base del procedimento di analisi, basato sulla tecnica del Metodo dei Momenti esposta nel Capitolo 1, per la caratterizzazione di terminazioni ripiegate in corto circuito, giunzioni a T, Iridi.

#### 2.2 Derivazione a T Simmetrica

Consideriamo prima di tutto il caso di una giunzione a T (figura 6) e supponiamo di avere un campo incidente di ampiezza unitaria che proviene dalla porta 1 o dalla porta 2. La caratterizzazione della giunzione è completa una volta determinata la matrice di scattering  $S$  relativa alle 3 porte. Il circuito è reciproco e privo di perdite in quanto tutta la struttura si suppone, per semplicità, riempita di un dielettrico omogeneo e privo di perdite.

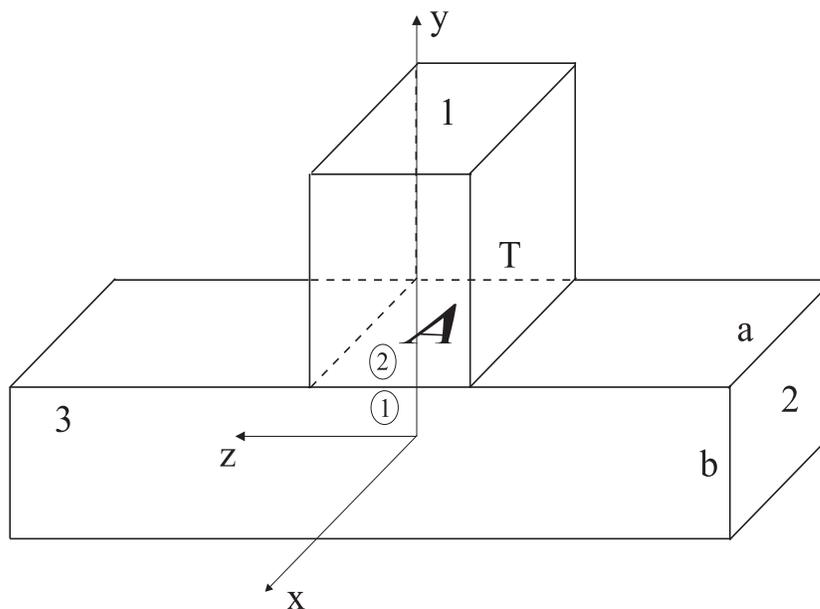


Figura 6. Derivazione a T.

Lo studio della giunzione a  $T$  simmetrica può essere effettuato utilizzando come incognita la corrente magnetica equivalente sulla apertura  $A$ . Per la discretizzazione di questa corrente, vista la geometria dell'apertura è conveniente usare funzioni di espansione a dominio intero e in particolare, trattandosi di un problema in guida d'onda, sarà auspicabile la scelta di funzioni di espansione che abbiano l'andamento dei modi trasversi in guida; quindi in accordo con la (6) si ha

$$\tilde{\mathbf{M}}^A = \delta_g \zeta \sum_{p,q} (a_{p,q} m_{p,q}^x \mathbf{i}_x + b_{p,q} m_{p,q}^z \mathbf{i}_z) \quad (69)$$

dove

$$m_{p,q}^x = \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi z}{T}\right) \quad (70)$$

$$m_{p,q}^z = \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi z}{T}\right) \quad (71)$$

Il contributo alla matrice del Metodo dei Momenti relativo alla zona 1 si ottiene utilizzando la funzione di Green in guida (65,66). Per quanto riguarda il contributo nella zona 2 è preferibile sfruttare il modello a linea di trasmissione per ciascun modo della derivazione in quanto per simmetria ciascuna funzione di espansione (70,71) eccita un solo modo nella guida derivata. Il contributo nella zona 1 si ottiene dunque sostituendo la (69) nelle (65,66) e poi utilizzando la (30). Il contributo nella zona 2 può essere invece valutato direttamente a partire dal campo magnetico senza fare ricorso ai potenziali. Chiaramente lo stesso risultato può essere ottenuto a partire dai potenziali, utilizzando quando occorre il teorema delle immagini per ricondurre il problema al calcolo del campo in una guida indefinita.

Consideriamo dunque la struttura in figura 6. Nel nostro caso interessa il calcolo degli elementi di autoaccoppiamento sia per una derivazione indefinita sia per una derivazione chiusa in corto circuito a distanza  $L$ . Inoltre per completezza si può osservare che il caso dell'interazione tra due aperture a distanza  $L$  (sezioni  $A$  e  $B$  in figura 7c) può essere trattato nello stesso modo.

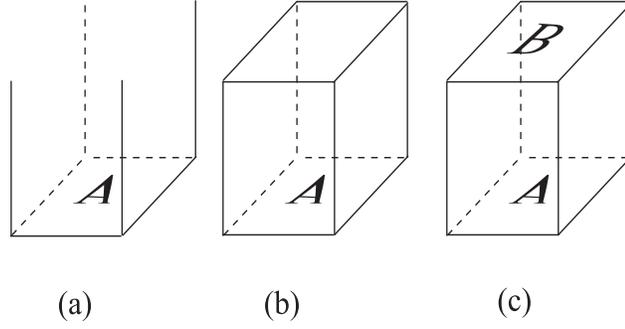


Figura 7. Strutture di base per la determinazione degli elementi di matrice.

Il termine noto si ottiene facilmente proiettando il campo magnetico incidente sulle (70,71). Se si considera un'onda incidente dalla porta 2 per il calcolo del termine noto occorrono i campi

$$H_x = \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \frac{1}{Z_{10}} \quad (72)$$

$$H_z = -\frac{j\lambda_0}{2a\zeta_0} \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (73)$$

Se si considera un'onda incidente dalla porta 1 per il calcolo del termine noto occorre invece solamente il campo

$$H_x = 2\sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}y'} \frac{1}{Z_{10}} \quad (74)$$

In quest'ultimo caso infatti la componente  $z$  del campo incidente è nulla. Si ha pertanto

$$T_{p,q}^x = \int_{S_A} H_x m_{p,q}^x dS_A \quad (75)$$

$$T_{p,q}^z = \int_{S_A} H_z m_{p,q}^z dS_A \quad (76)$$

Seguendo la notazione del Capitolo 1 possiamo scrivere il sistema lineare relativo al metodo dei momenti nella forma

$$\underline{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \mathbf{T} \quad (77)$$

dove

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{p,q}^x \\ T_{p,q}^z \end{pmatrix} \quad (78)$$

La matrice  $\underline{\mathbf{A}}$  è la somma dei due contributi nelle regioni 1 e 2, mentre

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a_{p,q} \\ b_{p,q} \end{pmatrix} \quad (79)$$

Si osservi che a ciascuna coppia di indici  $(p, q)$  corrisponde una riga della matrice del sistema finale.

### 2.3 Derivazione a $T$ con Iride

Consideriamo il caso di un iride inserito nella derivazione di una giunzione a  $T$ . In figura 8a è mostrato un iride induttivo, in figura 8b un iride capacitivo. In entrambi i casi abbiamo 3 sezioni ( $A$ ,  $B$  e  $C$ ) e conseguentemente tre correnti incognite. Le equazioni di continuità per campo magnetico sulle tre sezioni forniscono, con un campo incidente dalla porta 2 o dalla porta 3

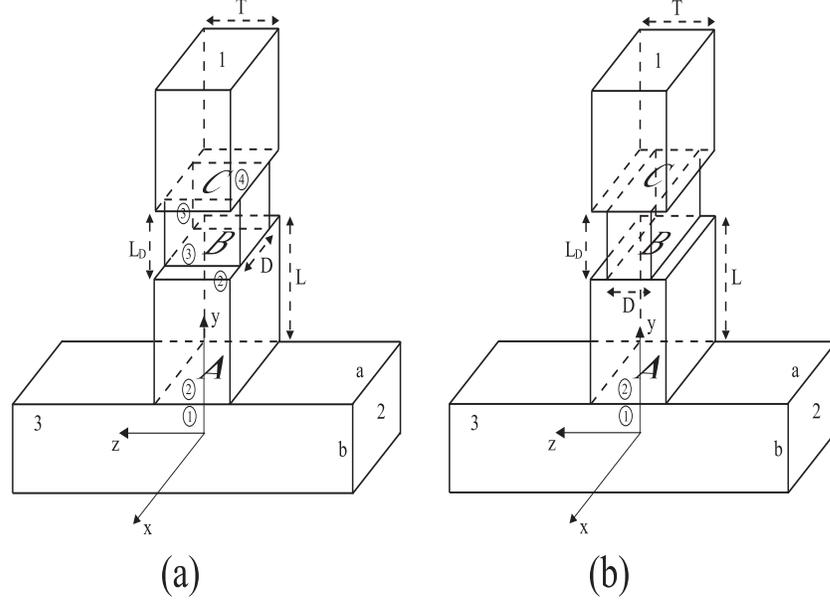


Figura 8. Derivazione a  $T$  con iride (a) induttiva, (b) capacitiva.

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, -\mathbf{M}_A \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t} = \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t \quad \text{su } A \quad (80)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BA}, \mathbf{M}_A \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BB}, \mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BC}, -\mathbf{M}_C \rangle_t \quad \text{su } B \quad (81)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_3^{CC}, -\mathbf{M}_C \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{CB}, \mathbf{M}_B \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_4^{CC}, \mathbf{M}_C \rangle_t \quad \text{su } C \quad (82)$$

Il termine  $\underline{\mathbf{G}}_1^{AA}$  si calcola in modo analogo a quanto visto per gli esempi precedenti. I termini  $\underline{\mathbf{G}}_2^{AA}$ ,  $\underline{\mathbf{G}}_3^{BB}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_3^{CC}$  possono essere facilmente ricondotti al caso del calcolo del campo in una struttura a stub e il procedimento è identico a quello descritto per il calcolo del campo nella zona 2 per la derivazione a  $T$  (figura 6). I termini di accoppiamento  $\underline{\mathbf{G}}_3^{CB}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_3^{BC}$  possono essere calcolati nello stesso modo tenendo però conto che in questo caso occorre il campo della sorgente  $\mathbf{M}_B$  su  $C$  oppure il campo di  $\mathbf{M}_C$  su  $B$ . Infine per il calcolo dei termini  $\underline{\mathbf{G}}_2^{BB}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_4^{CC}$  e dei termini di accoppiamento rimanenti ( $\underline{\mathbf{G}}_2^{BA}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_2^{AB}$ ) è necessario prendere in considerazione le due strutture mostrate in figura 9.

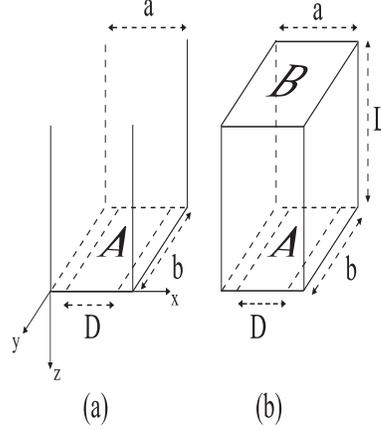


Figura 9. Irinde affacciato su una guida semiindefinita (a) e irinde affacciato su uno stub (b).

Per quanto riguarda l'iride ad altezza piena (figura 9a) si possono utilizzare le seguenti funzioni di espansione per la corrente magnetica sulla sezione  $A$

$$m_{p,q}^{A\tilde{x}} = \sin\left(\frac{p\pi\tilde{x}}{D}\right)\cos\left(\frac{q\pi\tilde{y}}{b}\right) \quad (83)$$

$$m_{p,q}^{A\tilde{y}} = \cos\left(\frac{p\pi\tilde{x}}{D}\right)\sin\left(\frac{q\pi\tilde{y}}{b}\right) \quad (84)$$

$$\mathbf{M}_A = \sum_{p,q} a_{p,q} m_{p,q}^{A\tilde{x}} \mathbf{i}_{\tilde{x}} + b_{p,q} m_{p,q}^{A\tilde{y}} \mathbf{i}_{\tilde{y}} \quad (85)$$

Dopodichè occorre raddoppiare la corrente magnetica  $\mathbf{M}_A$  per poter utilizzare le (65,66).

Per la struttura in figura 9b possiamo ancora utilizzare le (65,66) tenendo presente che, per il calcolo del campo dovuto ad  $\mathbf{M}_A$  (che va valutato sia per  $z=0$ , sia

per  $z=-L$ ), per il teorema delle immagini, occorre inserire una sorgente complessiva pari a

$$2M_A \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(z - 2nL) \quad (86)$$

La corrente sulla sezione  $B$  sarà invece

$$m_{p,q}^{Bx} = \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \quad (87)$$

$$m_{p,q}^{By} = \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \quad (88)$$

$$\mathbf{M}_B = \sum_{p,q} a_{p,q} m_{p,q}^{Bx} \mathbf{i}_x + b_{p,q} m_{p,q}^{By} \mathbf{i}_y \quad (89)$$

Per il calcolo dei termini di accoppiamento tra  $A$  e  $B$  occorre osservare che  $\tilde{x} = x - (D - A)/2$ ,  $\tilde{y} = y$  e  $\tilde{z} = z$ .

### 2.3.1 Risultati

Nelle figure 10 e 11 sono mostrati i coefficienti  $S_{11}$  e  $S_{12}$  per l'iride induttivo al variare della frequenza per diversi valori dell'apertura dell'iride  $D$ . Si osservi che per  $D=22.86$  mm  $=a$  ci si riconduce al caso della derivazione a  $T$ . Si noti che per  $D=14$  mm la propagazione nell'iride è in cut-off al di sotto di 10.5 GHz e questo giustifica gli elevati valori di  $S_{11}$ .

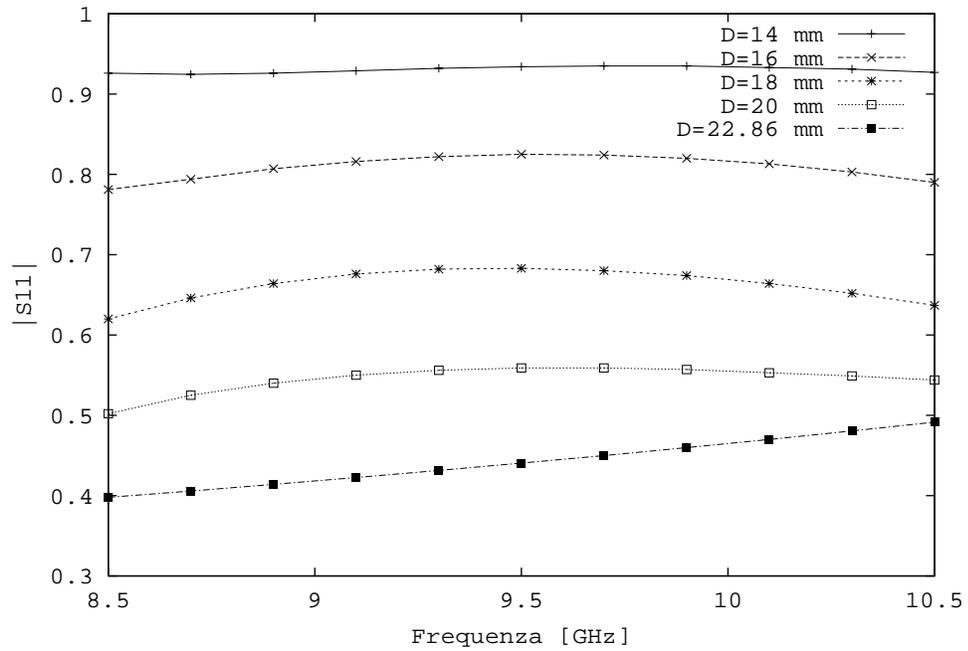


Figura 10. Ampiezza del coefficiente  $S_{11}$  per l'iride induttivo al variare di  $D$ ,  $L=10$  mm,  $L_D=10$  mm,  $T=10.16$  mm,  $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm.

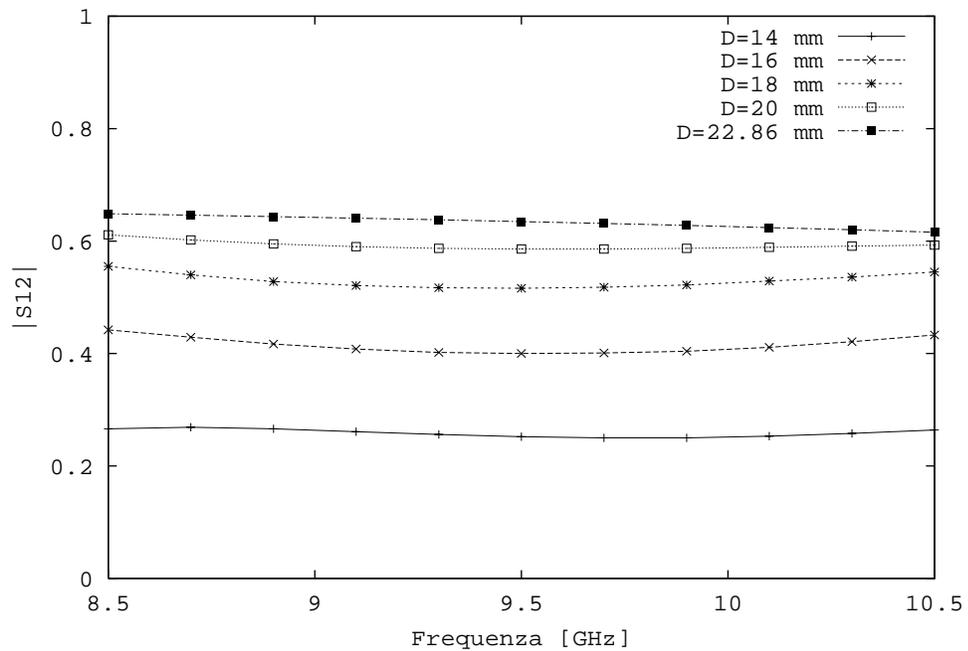


Figura 11. Ampiezza del coefficiente  $S_{21}$  per l'iride induttivo al variare di  $D$ ,  $L=10$  mm,  $L_D=10$  mm,  $T=10.16$  mm,  $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm.

Nelle figure 12 e 13 è mostrato il caso dell'iride capacitivo. In questo caso qualunque sia l'apertura dell'iride  $D$ , il modo fondamentale si propaga all'interno dell'iride, perchè la dimensione  $a$  della derivazione rimane costante. Per  $D=10.16$  mm si ha la derivazione a  $T$ .

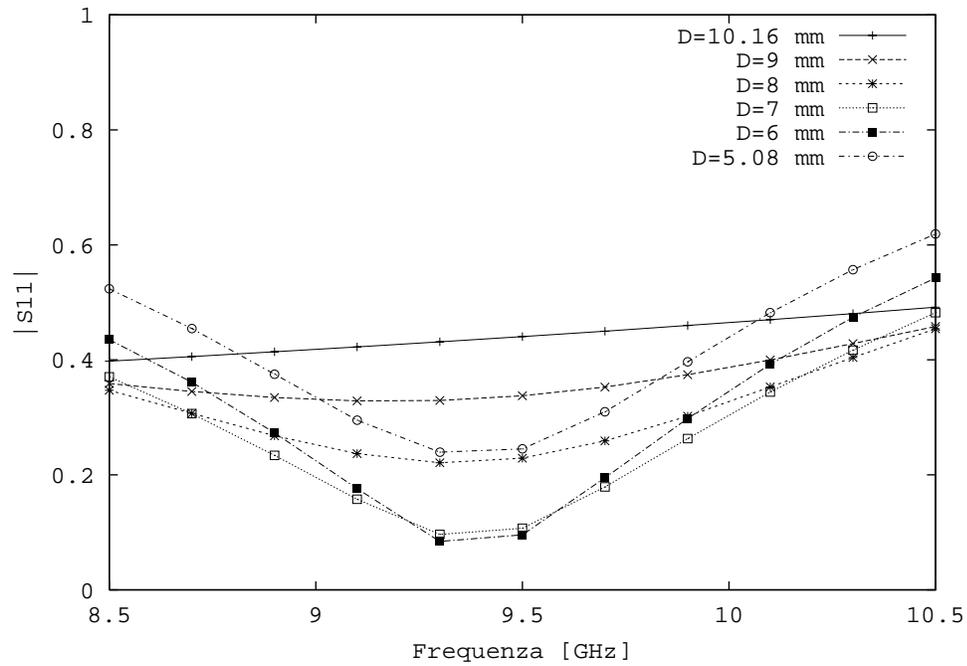


Figura 12. Ampiezza del coefficiente  $S_{11}$  per l'iride capacitivo al variare di  $D$ ,  $L=10$  mm,  $L_D=10$  mm,  $T=10.16$  mm,  $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm.

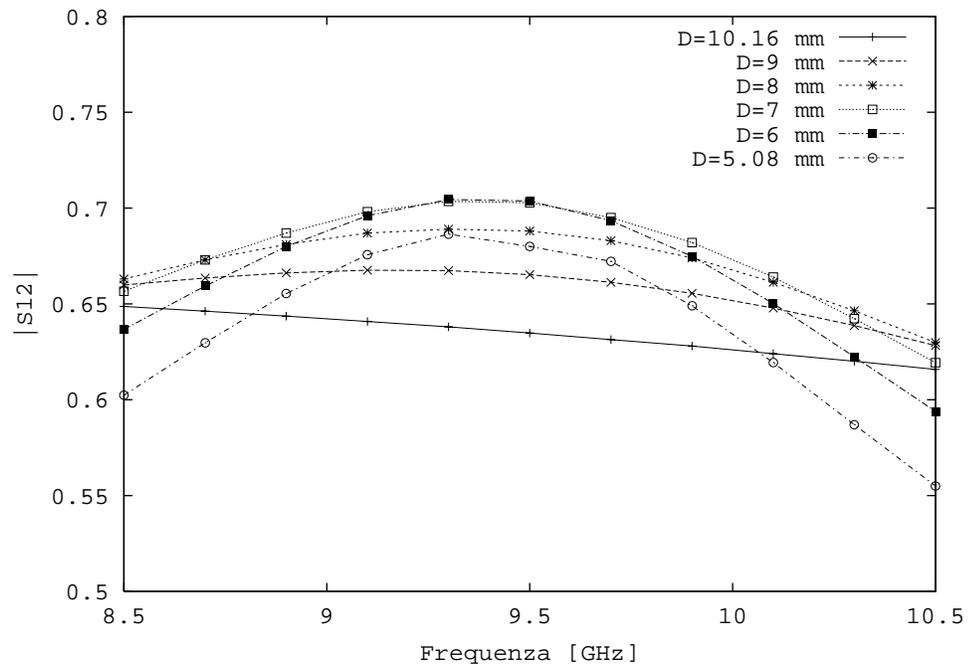


Figura 13. Ampiezza del coefficiente  $S_{21}$  per l'iride capacitivo al variare di  $D$ ,  $L=10$  mm,  $L_D=10$  mm,  $T=10.16$  mm,  $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm.

## 2.4 Corto circuito ripiegato a 90° e 180°

Lo studio del corto circuito ripiegato a 90° in guida (figura 14a) può essere effettuato in modo analogo a quanto visto per la giunzione a  $T$ . Infatti, facendo uso del teorema delle immagini per la corrente magnetica sulla sezione  $A$ , il problema si riconduce al caso raffigurato in figura 14b. In questo modo è possibile utilizzare la funzione di Green (65,66) nella regione 1, che vale solamente per una guida indefinita. Il campo nella zona 1 deve essere calcolato tramite le (65,66) utilizzando come sorgente la corrente vera e la sua immagine; per il calcolo dell'elemento di matrice occorre proiettare il campo sulle stesse funzioni di base utilizzate per l'espansione della corrente incognita integrando sulla sezione  $A$ . Per quanto riguarda il calcolo degli elementi di matrice nella zona 2 si procede in modo analogo a quanto visto per la derivazione a  $T$ , salvo considerare la derivazione chiusa in corto circuito e non indefinita. Il termine noto viene calcolato facilmente considerando il corto circuito finale per  $z=0$  per il calcolo del campo incidente. Si ha dunque

$$H_x = \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) 2 \cos(\beta_{10} z) \frac{1}{Z_{10}} \quad (90)$$

$$H_z = -\frac{j\lambda_0}{2a\zeta_0} \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) 2j \sin(\beta_{10} z) \quad (91)$$

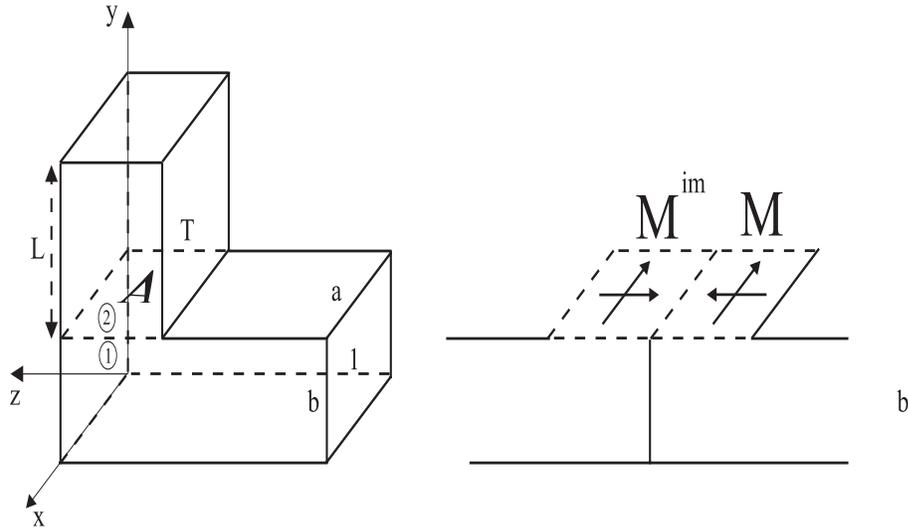


Figura 14. Terminazione ripiegata a 90° in corto circuito (a) e applicazione del teorema delle immagini (b).

Per quanto riguarda il corto circuito ripiegato a  $180^\circ$  (figura 15) il calcolo del campo nella zona 1 viene effettuato analogamente a quanto visto per il corto circuito a  $90^\circ$ . Per questa struttura si hanno due sezioni e la continuità del campo magnetico tangenziale fornisce

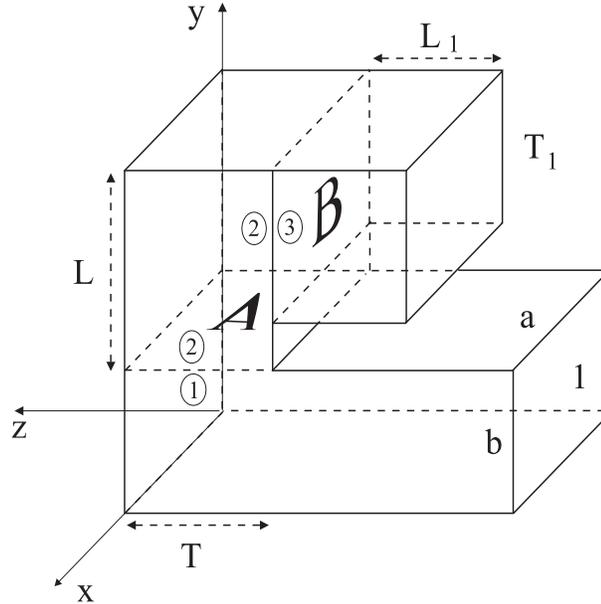


Figura 15. Terminazione ripiegata a  $180^\circ$  in corto circuito.

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_1^{AA}, -\mathbf{M}_A \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t} = \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{AB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t \quad \text{su } A \quad (92)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_2^{BA}, \mathbf{M}_A \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_3^{BB}, \mathbf{M}_B \rangle_t \quad \text{su } B \quad (93)$$

I termini  $\underline{\mathbf{G}}_2^{AA}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_3^{BB}$  possono essere calcolati facilmente in modo analogo al termine nella zona 2 del corto ripiegato a  $90^\circ$ . Per quanto riguarda invece i termini di interazione  $\underline{\mathbf{G}}_2^{BA}$  e  $\underline{\mathbf{G}}_2^{AB}$  e il termine  $\underline{\mathbf{G}}_2^{BB}$  questi possono essere calcolati dall'analisi della struttura in figura 16.

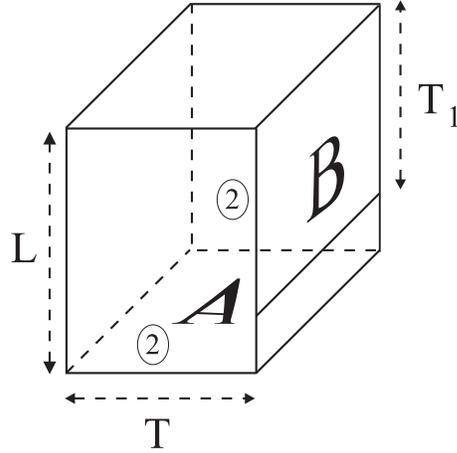


Figura 16. Blocco per l'analisi dei termini di accoppiamento nella zona 2 di figura 15.

Si tratta di una cavità risonante per la quale chiaramente non sono valide le funzioni di Green (65,66). La lunghezza della struttura è tale da non portare la cavità in risonanza e questo semplifica il calcolo del campo. Utilizzando il teorema delle immagini la cavità in figura 16 può essere schematizzata nel seguente modo

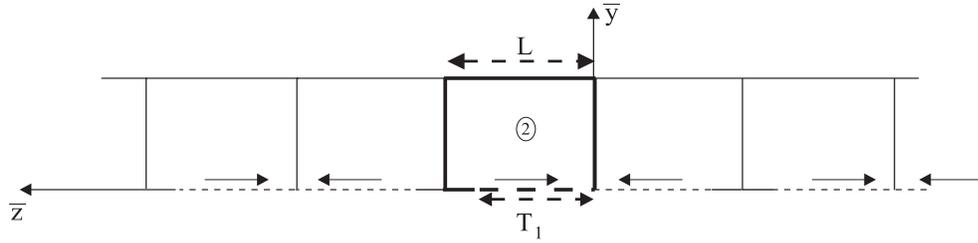


Figura 17. Applicazione del teorema delle immagini al blocco in figura 16.

A questo punto è possibile utilizzare la funzione di Green per una guida indefinita pur di scegliere come sorgente la corrente

$$\mathbf{M} = \zeta_0 \delta_g \sum_{p,q} a_{p,q} \sum_{\tilde{n}} m_{p,q}^{\bar{z}}(\tilde{n}) \mathbf{i}_{\bar{z}} + b_{p,q} \sum_{\tilde{n}} m_{p,q}^{\bar{x}}(\tilde{n}) \mathbf{i}_{\bar{x}} \quad (94)$$

con

$$m_{p,q}^{\bar{z}}(\tilde{n}) = \sin\left(\frac{p\pi(\bar{z} - 2\tilde{n}L)}{T_1}\right) \cos\left(\frac{q\pi\bar{x}}{a}\right) \quad (95)$$

$$m_{p,q}^{\bar{x}}(\tilde{n}) = \cos\left(\frac{p\pi(\bar{x} - 2\tilde{n}L)}{T_1}\right) \sin\left(\frac{q\pi\bar{x}}{a}\right) \quad (96)$$

Ovviamente per il calcolo dei termini di accoppiamento tra le sezioni  $A$  e  $B$  occorre utilizzare un sistema di riferimento coerente con entrambe le sezioni nelle tre zone di interesse, il che significa che è necessario definire la corretta trasformazione di coordinate tra i due sistemi di riferimento  $(x, y, z)$  e  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ .

Il termine noto è identico a quello del corto ripiegato a  $90^\circ$ .

#### 2.4.1 Risultati

Le terminazioni ripiegate a  $90^\circ$  e  $180^\circ$  gradi possono trovare applicazione nella realizzazione di array di slot in guida d'onda, in sostituzione di una terminazione in corto circuito standard, in quanto possono consentire per certe particolari applicazioni un uso più efficiente dello spazio.

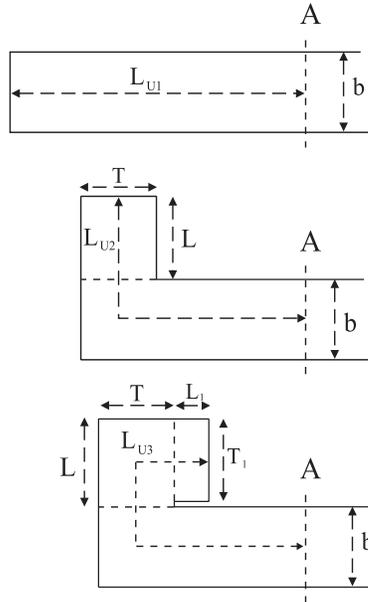


Figura 18. Terminazione in corto circuito diritto; terminazione in corto circuito ripiegato a  $90^\circ$ ; terminazione in corto circuito ripiegato a  $180^\circ$ .

I risultati simulati mostrano un ottimo accordo con i risultati sperimentali sia per quanto riguarda la terminazione ripiegata a  $90^\circ$ , sia per quella a  $180^\circ$  (figure 19 e 20).

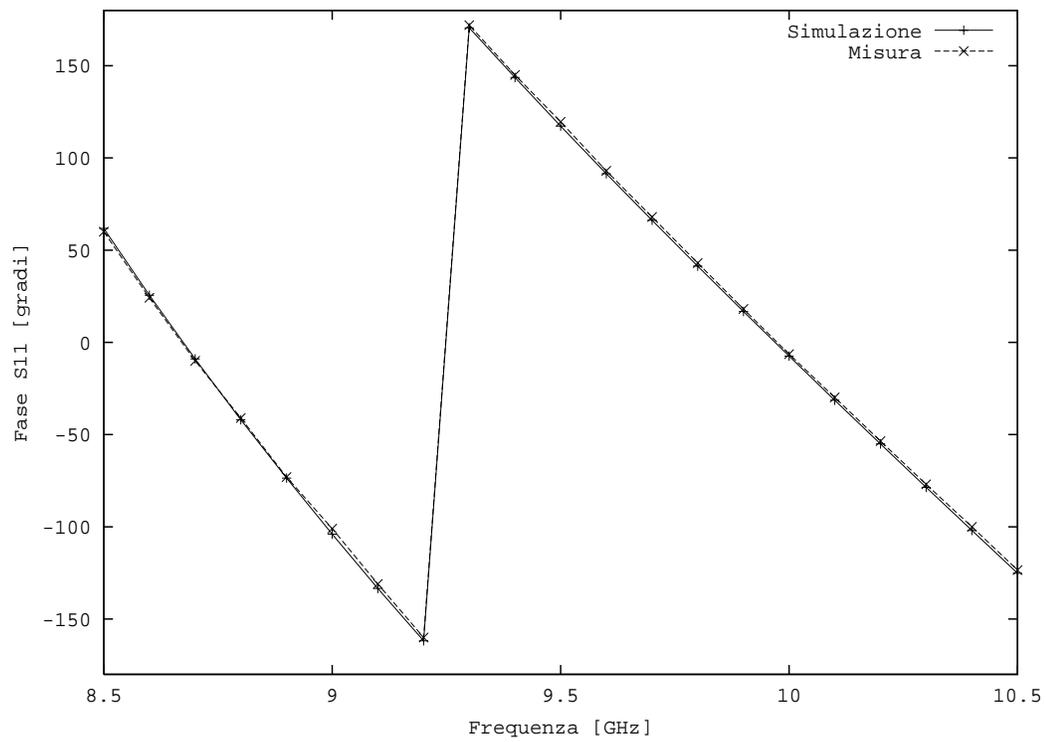


Figura 19. Fase del coefficiente di riflessione  $S_{11}$ , guida WR90 ( $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm),  $T=10.16$  mm,  $L=21.27$  mm. misura: dati misurati; simulazione: dati simulati con 7 funzioni di espansione per la corrente magnetica e  $N_G=70$ .

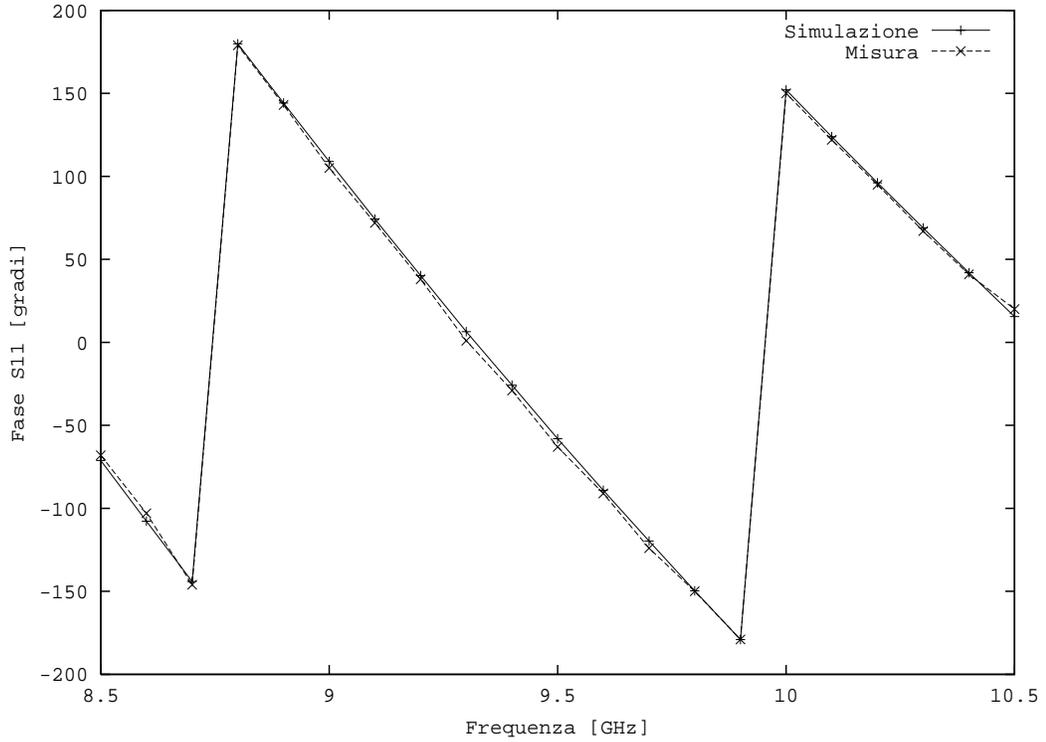


Figura 20. Fase del coefficiente di riflessione  $S_{11}$ , guida WR90H ( $a=22.86$  mm,  $b=5.08$  mm),  $T=T_1=5.08$  mm,  $L=6.35$  mm,  $L_1=14.92$  mm. misura: dati misurati; simulazione: dati simulati con 7 funzioni di espansione per la corrente magnetica e  $N_G=70$ .

Per analizzare il comportamento delle due terminazioni ripiegate in corto circuito consideriamo il corto circuito standard e effettuiamo il confronto tra le tre configurazioni riportate in figura 18. Tale confronto ha senso qualora  $L_{u1}=L_{u2}=L_{u3}$ . Consideriamo guide di tipo WR90 ( $a=22.86$  mm,  $b=10.16$  mm), fissiamo  $T=10.16$  mm per il corto ripiegato a  $90^\circ$ ,  $T_1=10.16$  mm ed  $L=11.43$  mm (lo spessore delle pareti della guida è  $1.27$  mm) per il corto ripiegato a  $180^\circ$ . A questo punto si sceglie il riferimento  $A$  in modo da fare coincidere le lunghezze  $L_{u1}$ ,  $L_{u2}$ ,  $L_{u3}$ . In figura 21 è mostrata la fase del coefficiente di riflessione per il corto ripiegato a  $90^\circ$  alla sezione  $A$  per diversi valori di  $L$ ; in figura 22 la fase del coefficiente di riflessione per il corto a  $180^\circ$  al variare di  $L_1$ .

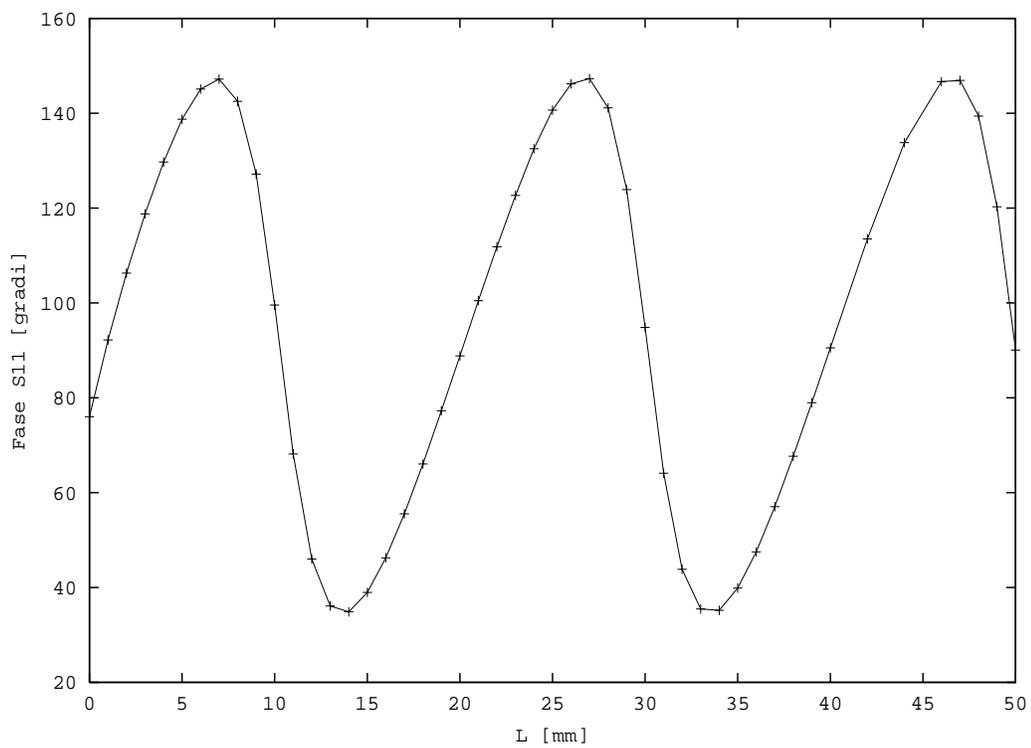


Figura 21. Fase del coefficiente di riflessione per il corto ripiegato a  $90^\circ$  alla sezione A (figura 18) al variare di  $L$ .

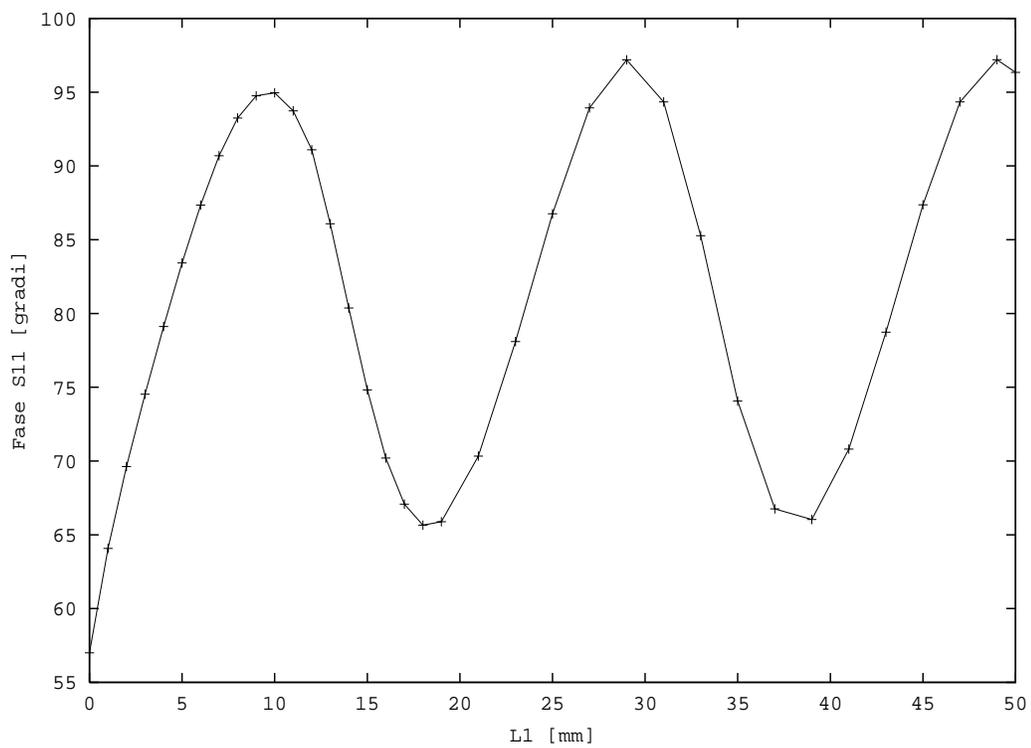


Figura 22. Fase del coefficiente di riflessione per il corto ripiegato a  $180^\circ$  alla sezione A (figura 18) al variare di  $L_1$  con  $L = 11.43$  mm fissato.

## CAPITOLO 3

## SLOT IN GUIDA D'ONDA

## 3.1 Introduzione

Nella parte alta dello spettro delle microonde le antenne a slot, benchè più costose vengono decisamente preferite rispetto alle antenne a riflettore e alle antenne stampate, grazie alle basse perdite e a una efficienza di irradiazione che è sostanzialmente quella di apertura. Esistono vari tipi di slot radiante [15] che si basano tutti sul fatto che una apertura che tagli le linee di corrente in una guida d'onda è sede di un campo elettrico tangenziale e quindi irradia. Tra le slot più diffuse, per semplicità di realizzazione e bassa componente cross-polare, vi sono quelle longitudinali (figura 23). Un array di slot viene realizzato tagliando più slot equidistanti nella stessa guida alimentate in modo coerente da un campo  $TE_{10}$  incidente [16].

Oltre alle slot longitudinali si analizzeranno in questo capitolo anche slot inclinate (figura 26), meno diffuse come elementi radianti, ma particolarmente adatte per la realizzazione di accoppiatori (figura 32) utilizzabili come strutture di alimentazione per array di slot longitudinali [16].

## 3.2 Slot longitudinale radiante in guida d'onda rettangolare

Consideriamo una slot longitudinale tagliata nella parete larga di una guida d'onda rettangolare (figura 23). Sia  $2L$  la lunghezza complessiva della slot,  $W$  la larghezza e  $X_0$  l'offset rispetto a all'asse della guida.

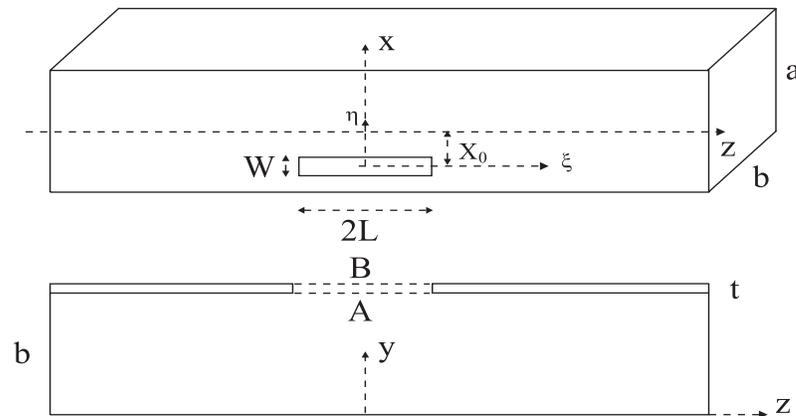


Figura 23. Geometria della slot longitudinale in guida.

è ben noto che una slot longitudinale in guida si comporta essenzialmente come una carico in parallelo. In questo paragrafo descriveremo la tecnica generale basata sul metodo dei momenti esposto nel capitolo 1 per la analisi di questo tipo di slot. In particolare, con riferimento alla figura 23, consideriamo una slot tagliata in una parete spessa della guida. Sia  $t$  lo spessore della parete della guida che assumiamo di conduttore elettrico perfetto. In questo caso abbiamo due sezioni  $A$  e  $B$ . Il calcolo del campo in guida (regione 1) può essere effettuato a partire dalle (65,66). Per quel che riguarda il calcolo del campo nella regione all'interno della slot (regione 2) si può procedere in modo analogo a quanto visto per la struttura in figura 7c. Infatti la regione dello spessore può essere considerata come un tratto di guida di dimensioni  $2L$ ,  $W$  e di altezza  $t$ . Poichè solitamente lo spessore  $t$  è molto sottile gli elementi relativi allo spessore della slot vengono analizzati utilizzando la procedura illustrata nel paragrafo 6 del capitolo 1. Per il calcolo del campo nella regione 3 occorre la funzione di Green per il potenziale vettore  $\mathbf{F}$  nello spazio libero. Assumiamo infatti per semplicità che la slot irradi in presenza di un conduttore elettrico perfetto di estensione infinita <sup>(2)</sup>. Conviene calcolare la funzione di Green per  $\mathbf{F}$  e  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  nel dominio spettrale. La slot si trova sul piano  $(\xi, \eta)$ . Posto  $u = K \cos(\phi)$  e  $v = K \cos(\phi)$ , variabili spettrali corrispondenti a  $\xi$  e  $\eta$ , si ha  $w_0^2 = k_0^2 - K^2$  e

$$\begin{aligned}\tilde{F}_\xi &= \frac{j}{w_0} \\ \mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{F}] &= \frac{K \cos(\phi)}{w_0}\end{aligned}$$

valutate sul piano di massa su cui giace la slot. Per il calcolo dell'elemento di matrice si procede come segue. Supponiamo di avere sulla slot una corrente magnetica equivalente pari a

$$\mathbf{M} = \zeta \delta_g \sum a_p [m_{p\xi} \mathbf{i}_\xi + m_{p\eta} \mathbf{i}_\eta] \quad (97)$$

ad essa corrispondono

$$\tilde{\mathbf{F}} = \zeta \delta_g \sum a_p [m_{p\xi} \mathbf{i}_\xi + m_{p\eta} \mathbf{i}_\eta] \frac{j}{w_0} = \sum a_p \tilde{f}_p \quad (98)$$

$$\mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{F}] = \zeta \delta_g \sum \frac{1}{w_0} a_p [u \tilde{m}_{p\xi} + v \tilde{m}_{p\eta}] = \sum a_p \tilde{d}_p \quad (99)$$

---

<sup>(2)</sup> Esistono tecniche che consentono di tenere conto del piano di massa finito [17], e che in genere richiedono il comportamento per piano infinito. Tuttavia in molti array planari la distanza dal bordo è tale da consentire di utilizzare senza problemi l'ipotesi di piano di massa infinito.

L'elemento di matrice  $A_{pq}$  (30) è dunque

$$\int \mathbf{f}_p \cdot \mathbf{m}_q dS - \frac{1}{k^2} \int d_p \nabla \cdot \mathbf{m}_q dS \quad (100)$$

che, nel dominio spettrale diventa

$$\int \int \tilde{\mathbf{f}}_p \cdot \tilde{\mathbf{m}}_q^* \frac{dudv}{(2\pi)^2} - \frac{1}{k^2} \int \int \tilde{d}_p \mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{m}_q]^* \frac{dudv}{(2\pi)^2} \quad (101)$$

e in conclusione

$$j \frac{\zeta \delta_g}{(2\pi)^2} \int \int \frac{1}{w} \left( \tilde{\mathbf{m}}_p \cdot \tilde{\mathbf{m}}_q^* - \frac{1}{k^2} \mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{m}_p]^* \cdot \mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{m}_q]^* \right) dudv \quad (102)$$

Poichè la slot è in genere sottile a sufficienza si può trascurare la componente longitudinale del campo elettrico su di essa. Pertanto si utilizza come incognita solamente la corrente magnetica lungo  $\xi$  e si suppone che non vi sia variazione in direzione trasversa. Per ciascuna sezione ( $A$  o  $B$ ) si ha dunque

$$\mathbf{M} = \delta_g \sum a_p \sin \left[ \frac{n\pi}{2L} (\xi + L) \right] \mathbf{i}_\xi \quad (103)$$

In accordo con le condizioni di Meixner [18] la vera corrente magnetica lungo  $\xi$  presenta una singolarità ai bordi  $\eta = \pm W/2$ . Questo comportamento non è stato preso in considerazione nella (103) e la corrente magnetica viene assunta per semplicità indipendente da  $\eta$ . Tuttavia questa approssimazione, come si vedrà in seguito, consente di ottenere risultati molto accurati. In ogni caso si può osservare che il comportamento delle correnti corrispondente ad un angolo di  $90^\circ$  per lo spigolo della slot è  $O(s^{-\frac{1}{3}})$ , con  $s$  distanza dai bordi. La singolarità è molto *dolce* e consente di ottenere ottime accuratèzze anche con funzioni di base non singolari.

Il calcolo del termine noto è banale e può essere effettuato a partire dal campo magnetico longitudinale nella guida d'onda.

### 3.3 Slot longitudinale in guida d'onda rettangolare con copertura dielettrica

Molto spesso negli array di slot in guida d'onda è indispensabile l'uso di coperture dielettriche con funzioni protettive, specialmente nelle applicazioni spaziali. In questo paragrafo si analizzerà il procedimento per la caratterizzazione di una slot longitudinale tagliata in una guida rettangolare con una copertura dielettrica sottile di costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$  e di spessore  $h$  (figura 24).

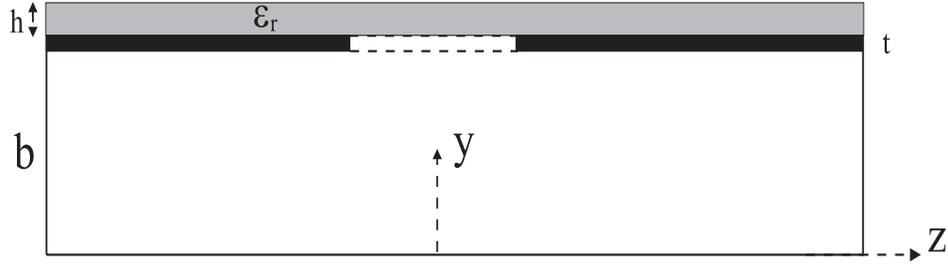


Figura 24. Slot longitudinale con copertura dielettrica.

L'analisi della slot può essere effettuata in modo analogo a quanto visto nel paragrafo precedente per la slot in assenza di copertura dielettrica. L'unica modifica è relativa al calcolo della funzione di Green nella zona radiante che in questo caso deve tenere conto della copertura dielettrica. Ponendo  $u = K \cos(\phi)$ ,  $v = K \sin(\phi)$  e

$$w^2 = k_0^2 \varepsilon_r - K^2 \quad w_0^2 = k_0^2 - K^2$$

$$D_{TM} = w \tan(wh) - jw_0 \varepsilon_r \quad D_{TE} = jw_0 + w \cot(wh)$$

le funzioni di Green nel dominio spettrale, calcolate sul piano di massa forniscono

$$\begin{aligned} \tilde{F}_\xi &= \frac{1}{D_{TM}} \left( 1 + j\varepsilon_r \frac{w_0}{w} \tan wh \right) \\ \mathcal{F}[\nabla \cdot \mathbf{F}] &= \frac{-jK \cos(\phi)}{D_{TM}} \left( 1 + j\varepsilon_r \frac{w_0}{w} \tan wh + \frac{(\varepsilon_r - 1)w}{D_{TE} \sin wh \cos wh} \right) \end{aligned} \quad (104)$$

dove  $\xi$  è la direzione della corrente magnetica.

### 3.3.1 Risultati

In letteratura sono presenti pochi risultati sperimentali [19,20] per quel che riguarda le slot radianti con copertura dielettrica. In questo paragrafo si considerano alcuni esempi che mostrano tra l'altro il confronto tra risultati simulati e misurati per il caso di due slot in banda X i cui parametri geometrici sono riportati in tabella 1.

Tabella 1. Parametri delle Slot usate per la verifica sperimentale.

| parametri | slot A   | slot B   |
|-----------|----------|----------|
| $X_0$     | 3.5 mm   | 3.5 mm   |
| $2L$      | 15.2 mm  | 15.5 mm  |
| $W$       | 1.58 mm  | 1.58 mm  |
| $a$       | 22.86 mm | 22.86 mm |
| $b$       | 5.08 mm  | 5.08 mm  |
| $t$       | 1.27 mm  | 1.27 mm  |

In tabella 2 è mostrato il confronto tra risultati misurati e simulati per i due tipi di slot presi in considerazione. Nella simulazione sono state trascurate le perdite nei conduttori e nel dielettrico. L'accordo tra dati simulati e misurati è buono per tutti i casi presi in considerazione.

Tabella 2. Confronto con i risultati sperimentali.

| slot<br>tipo | dielettrico |                       | $f_{res}$ [GHz] |      |       | $S_{11}$ [dB] |        |      |
|--------------|-------------|-----------------------|-----------------|------|-------|---------------|--------|------|
|              | tipo        | $h$ [ $\mu\text{m}$ ] | mis.            | sim. | diff  | mis.          | sim.   | diff |
| A            | Aria        |                       | 9.86            | 9.92 | 0.63% | -15.26        | -15.97 | 0.72 |
| A            | Kapton      | 78                    | 9.64            | 9.59 | 0.57% | -14.39        | -14.81 | 0.42 |
| A            | Teflon      | 110                   | 9.71            | 9.72 | 0.13% | -14.91        | -15.31 | 0.40 |
| A            | Teflon      | 165                   | 9.65            | 9.64 | 0.11% | -14.48        | -15.04 | 0.55 |
| B            | Air         |                       | 9.65            | 9.74 | 0.96% | -14.31        | -14.37 | 0.05 |
| B            | Kapton      | 78                    | 9.48            | 9.44 | 0.39% | -14.47        | -14.22 | 0.25 |
| B            | Teflon      | 110                   | 9.55            | 9.57 | 0.18% | -15.10        | -14.73 | 0.37 |
| B            | Teflon      | 165                   | 9.55            | 9.49 | 0.63% | -14.83        | -14.46 | 0.37 |

In figura 25 è infine mostrata la risposta in frequenza simulata e misurata per una slot di tipo A con copertura di Teflon ( $\epsilon_r=2.05$ ,  $h=0.11$  mm).

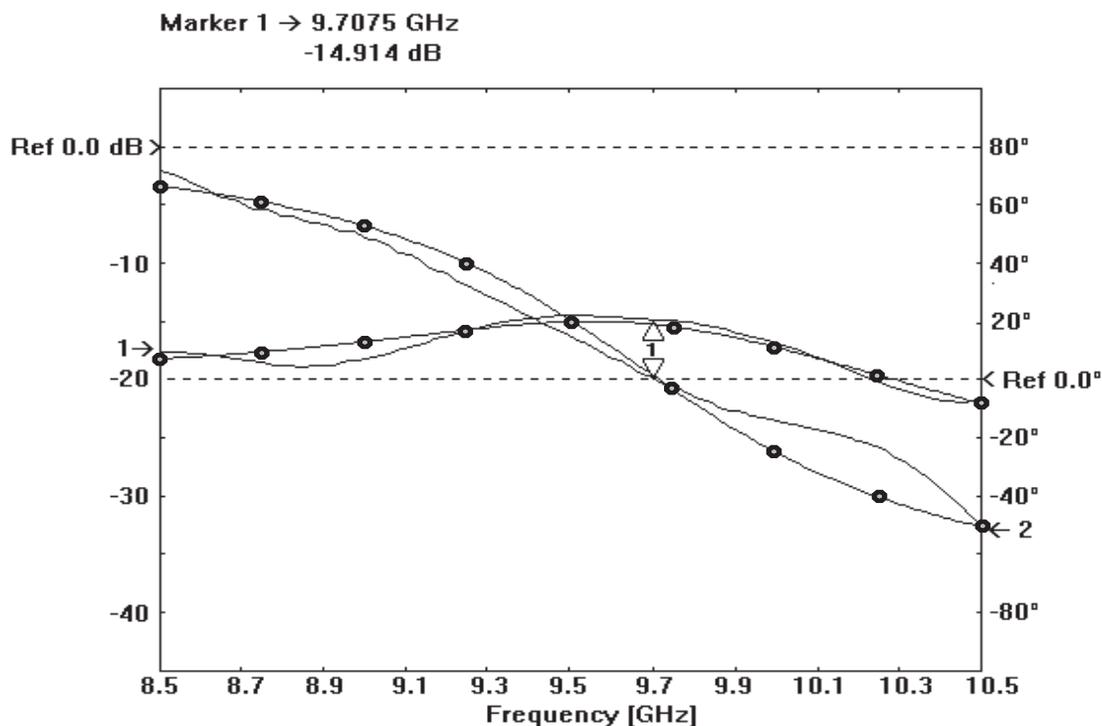


Figura 25. Risposta simulata (linea con punti) e misurata (linea semplice) del coefficiente di riflessione per una slot di tipo A con una copertura dielettrica di teflon ( $\epsilon_r=2.05$ ,  $h=0.11$  mm), 1) modulo, 2) fase.

Occorre osservare che i risultati simulati dipendono in modo significativo dal numero di modi utilizzati in guida (67) e dal numero delle funzioni di espansione  $N$  sulla slot e sono stati ottenuti per  $N_G=70$  e  $N=7$ . Inoltre tutte le risposte in frequenza sono state derivate mediante un procedimento di interpolazione dei dati come descritto nel paragrafo 1.9. Queste scelte verranno giustificate in seguito nei paragrafo 3.4.1 anche tramite l'ausilio dei dati simulati.

### 3.4 Slot inclinata in guida d'onda rettangolare

Benchè le slot longitudinali siano solitamente preferite come elementi radianti rispetto ad altri tipi di slot, principalmente per la purezza nella polarizzazione del campo irradiato, l'analisi di slot inclinate in guida d'onda può essere utile in vista di un utilizzo sia come elementi radianti sia soprattutto come aperture di accoppiamento tra due guide. Una slot inclinata in guida si presenta come mostrato in figura 26.

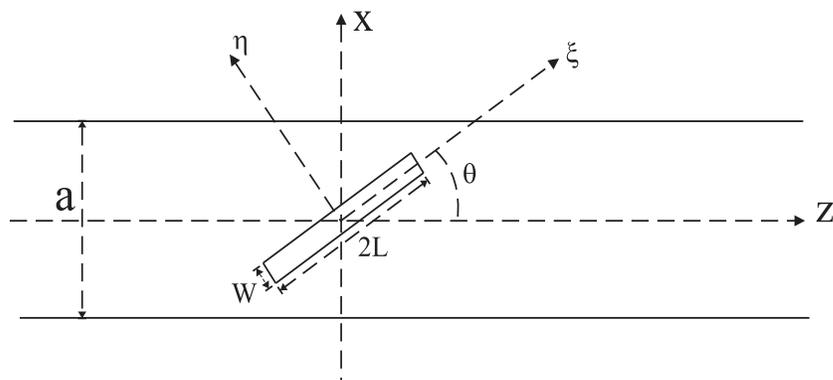


Figura 26. Geometria della slot inclinata.

Per il calcolo del campo magnetico in guida è ancora possibile utilizzare le funzioni di Green (65,66) salvo considerare che in questo caso per l'espansione della corrente magnetica si può usare ancora la (103) dove però l'asse  $\xi$  non è più parallelo all'asse della guida. Per quel che riguarda il calcolo del campo nello spazio libero, anche qualora si voglia includere una copertura dielettrica, valgono le stesse considerazioni della slot longitudinale.

### 3.4.1 Risultati

Si analizza prima di tutto la dipendenza dei risultati dal numero di funzioni di espansione  $N$  (103) e dal numero di modi in guida ( $N_G$ ) (67). Per quanto riguarda  $N$ , in figura 27 è mostrato il grafico dell'impedenza di una slot ruotata di  $45^\circ$  in una guida RG/69U con una copertura dielettrica di Teflon ( $\epsilon_r = 2.05$ ,  $h = 1.1$  mm), in funzione della lunghezza della slot alla frequenza di  $1.175$  GHz. Sono stati considerati 4 casi, con 1,3,7 e 15 funzioni di espansione. Per quanto riguarda la scelta del numero di modi in guida in figura 28 è mostrata l'impedenza della stessa slot al variare di  $N_G$ . La curva mostra che  $N_G = 70$  è sufficiente per poter considerare nullo l'errore di troncamento.

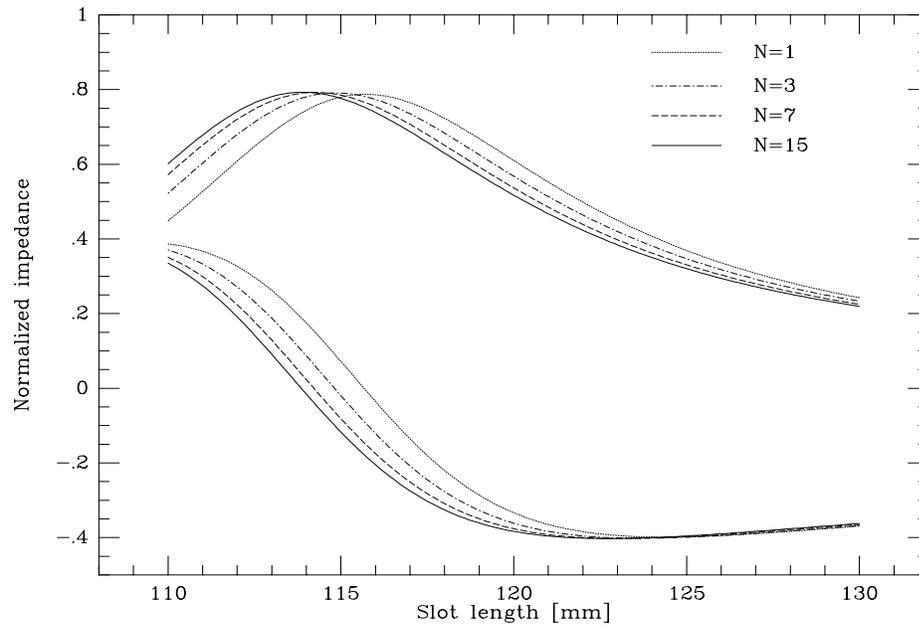


Figura 27. Impedenza simulata di una slot inclinata in una guida RG 69/U ( $a=165.1$  mm,  $b=82.55$  mm,  $\theta=45^\circ$ ,  $W=11.43$  mm, spessore pareti della guida=2.03 mm) con  $N_G = 150$  a 1.175 GHz.  $N$  è il numero di funzioni di espansione nella (103).

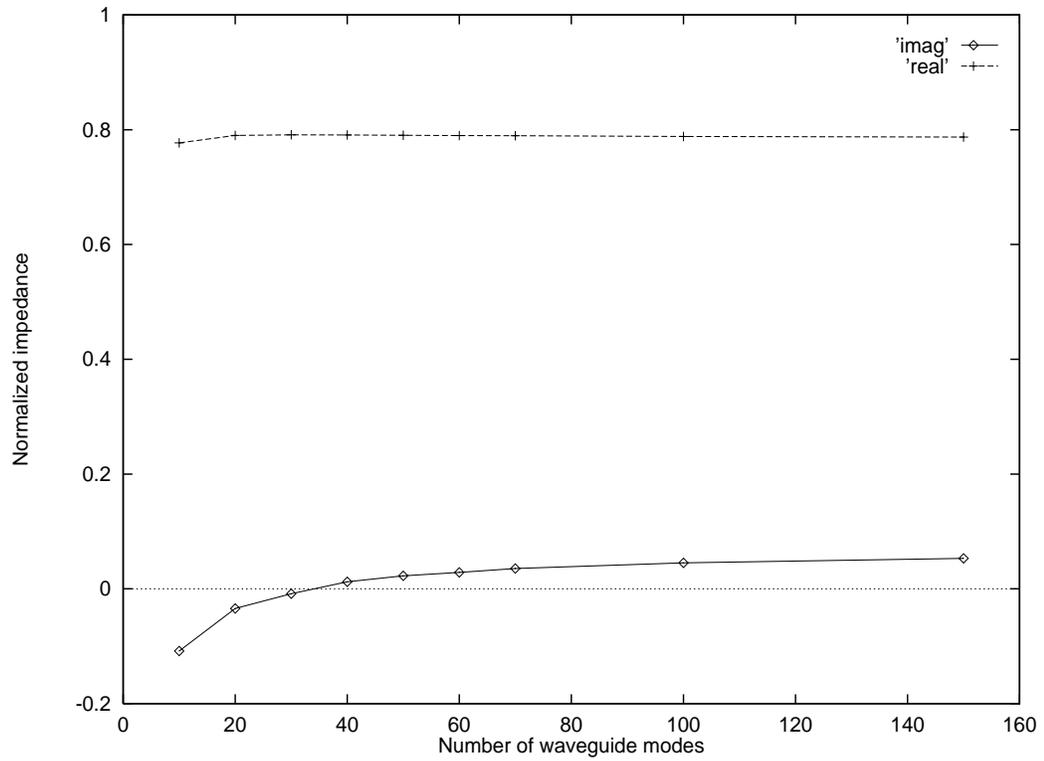


Figura 28. Impedenza simulata per la slot di figura 23,  $2L=114.3$  mm, con  $N = 3$  a  $1.175$  GHz.

In figura 29 è mostrato il confronto tra i risultati simulati (linea continua) e i risultati misurati proposti da Oliner [5] (punti) per la stessa slot usata nelle figure 27 e 28. Il confronto mostra buoni risultati in particolare alla frequenza di risonanza.

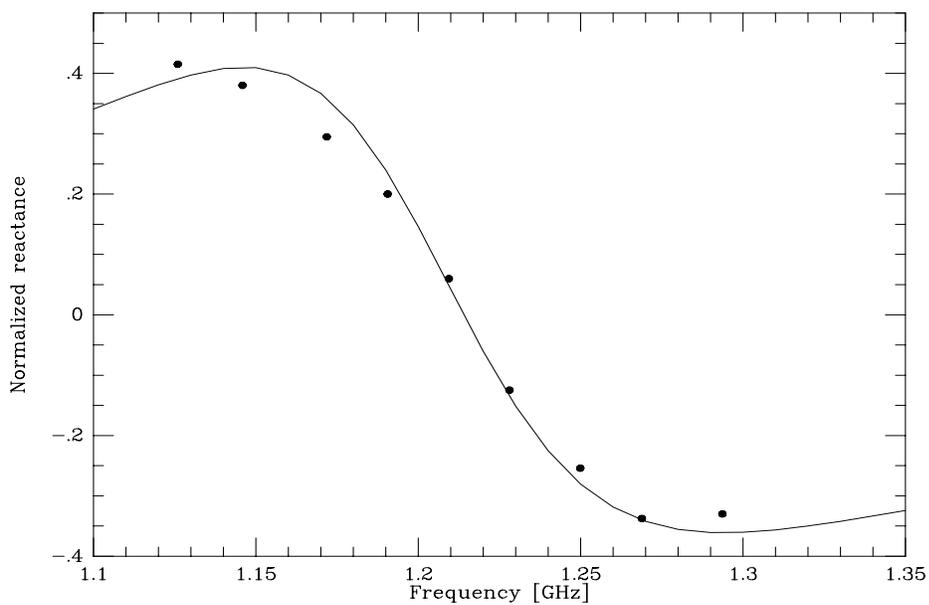
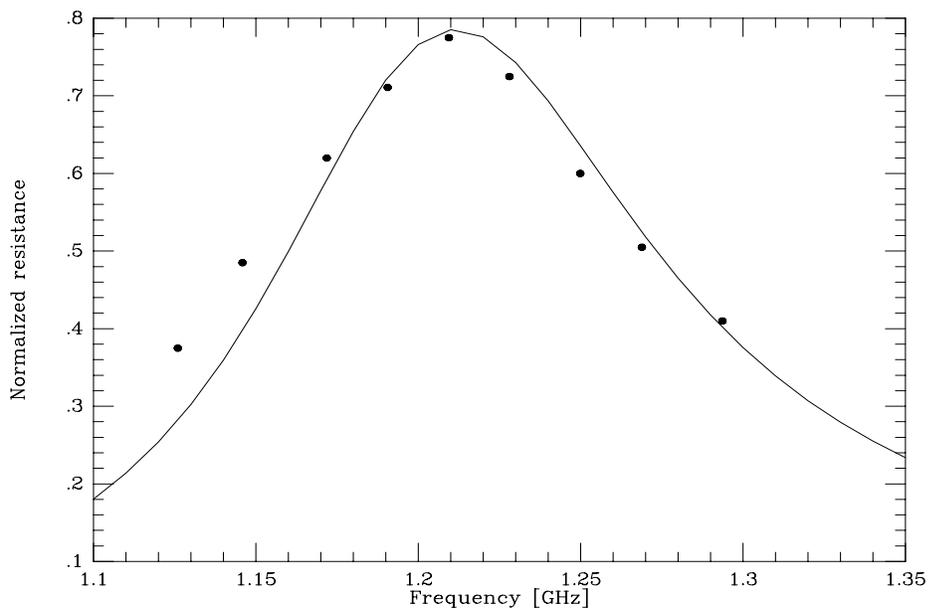


Figura 29. Impedenza misurata (punti) e simulata (linee,  $N_G=150$  e  $N=7$  funzioni di espansione) per una slot inclinata in una guida RG69/U ( $a=165.1$  mm,  $b=82.55$  mm,  $\theta = 45^\circ$ ,  $2L = 114.3$  mm,  $W = 11.43$  mm).

In figura 30 è mostrata la risposta in frequenza simulata per la stessa slot con una copertura dielettrica di Teflon.

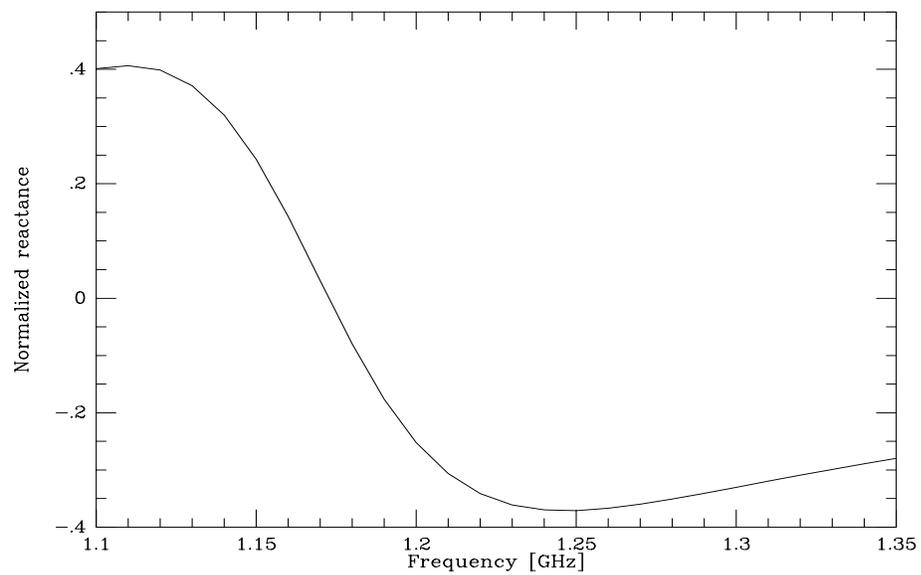
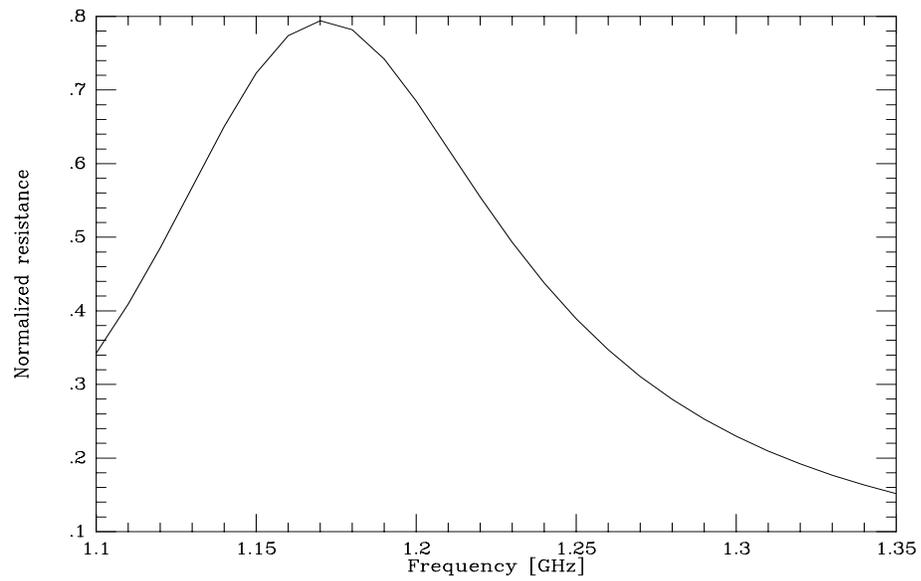


Figura 30. Impedenza simulata della stessa slot in figura 29 con una copertura dielettrica di Teflon ( $\epsilon_r = 2.05$ ,  $h = 0.11$  mm)

Tutti i risultati simulati sono stati ottenuti calcolando la matrice del sistema ai due estremi e al centro dell'intervallo richiesto, come detto nel paragrafo 1.9. Quindi a ciascuna frequenza o lunghezza, la matrice è stata calcolata mediante interpolazione quadratica. Per valutare l'accuratezza del procedimento di interpolazione, in figura 31 sono mostrati alcuni punti calcolati direttamente a confronto con la curva interpolata. La differenza è trascurabile e ben al di sotto delle tolleranze sperimentali.

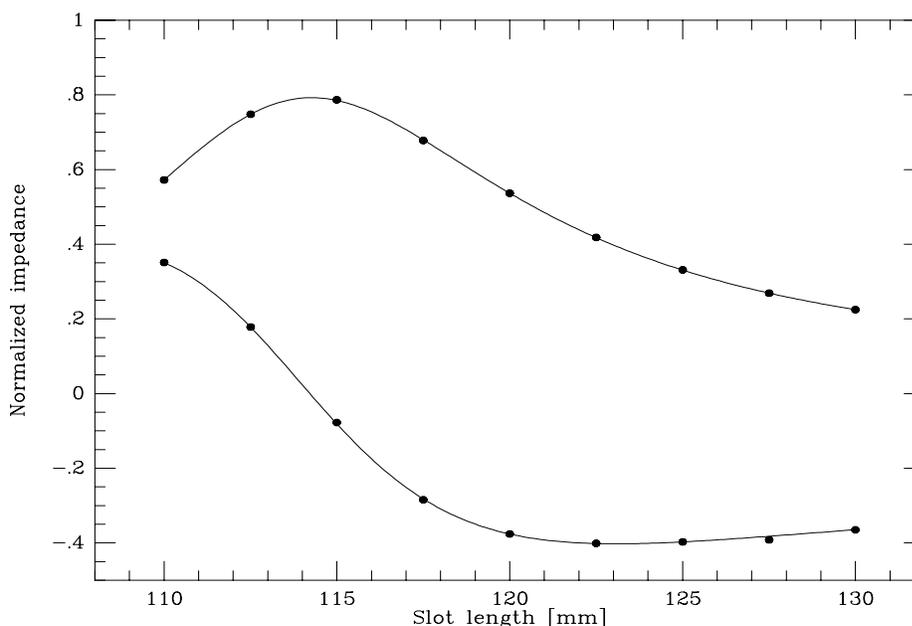


Figura 31. Test di accuratezza del procedimento di interpolazione per la slot di figura 27 ( $N_G=150$ ,  $N=7$  a  $1.175$  GHz).

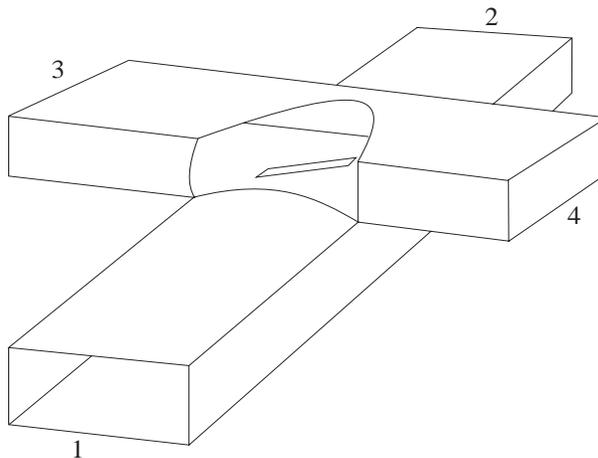
### 3.5 Accoppiatore serie-serie in guida d'onda rettangolare

Gli accoppiatori in guida d'onda che utilizzano slot inclinate sono largamente utilizzati negli array di slot per fornire potenza alle guide in cui sono posizionate le slot radianti e trovano applicazione in tutte quelle applicazioni che richiedono l'uso di due guide accoppiate e tra loro ortogonali. L'accoppiamento può essere controllato dall'angolo  $\theta$  (figura 26). Il calcolo dell'accoppiamento può essere effettuato con tecniche variazionali [21] oppure, come si vedrà in questo paragrafo, mediante il metodo dei momenti [8]. In accordo con quanto detto nel capitolo 1 e nei paragrafi

precedenti l'applicazione del Metodo dei Momenti parte dalla continuità del campo magnetico tangenziale sulle due aperture della slot, considerata di spessore finito. Consideriamo dunque una slot inclinata (figura 26) che *accoppia* due guide (non necessariamente uguali) come mostrato in figura 32. Una struttura di questo tipo è completamente caratterizzata dalla sua matrice di scattering che, se riferita al centro della slot e sfruttando le simmetrie nell'accoppiatore, può essere scritta nella forma [8]

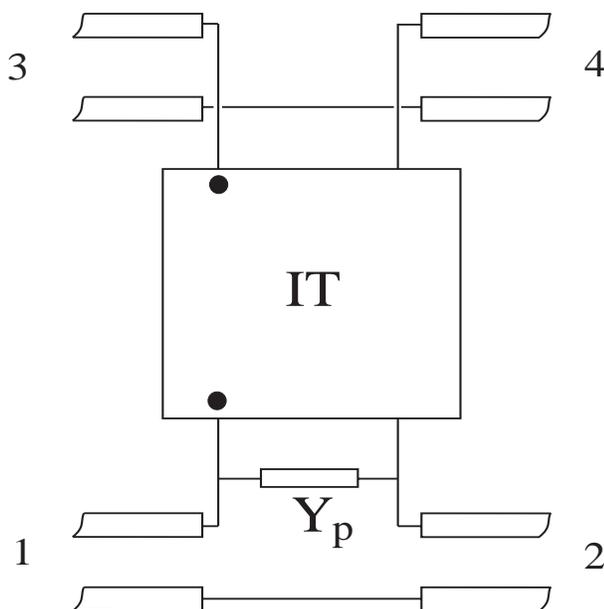
$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} r & p & q & -q \\ p & r & -q & q \\ q & -q & r' & p' \\ -q & q & p' & r' \end{pmatrix} \quad (105)$$

Per calcolare i parametri della matrice  $\underline{\mathbf{S}}$ , un campo  $TE_{10}$  incide dalla porta 1 sulla slot. Il calcolo della matrice dei coefficienti e del termine noto è banale e chiaramente per l'espansione della corrente sulla slot si può usare la (103) con  $\xi$  asse della slot.



*Figura 32. Geometria dell'accoppiatore a slot inclinata.*

è possibile fornire una rappresentazione circuitale dell'accoppiatore serie-serie i cui parametri possono essere determinati tramite la tecnica full-wave descritta in questa tesi. Come mostrato in dettaglio in [10] un circuito equivalente a larga banda dell'accoppiatore è il seguente



dove  $IT$  è un trasformatore ideale la cui matrice  $ABCD$  è del tipo

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} C_m & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_m} \end{pmatrix}$$

I parametri  $C_m$  e  $Y_p$  validi su una banda molto ampia (30%, 40%) possono essere ottenuti calcolando il valore di  $C_m$  alla frequenza di risonanza  $f_{res}$  della slot e utilizzando una suscettanza  $Y_p$  costituita da un circuito risonante parallelo  $LC$ .  $L$  e  $C$  sono scelti in modo tale che questo risuoni alla  $f_{res}$  e fornisca il corretto valore di  $Y_p$  ad un'altra frequenza  $f_q$ , opportunamente scelta. È chiaro che il range di frequenza di validità del circuito equivalente dipenderà dalla scelta di  $f_q$ .

### 3.5.1 Risultati

Come già detto i risultati della procedura di analisi dipendono dal numero delle funzioni di espansione  $N$  utilizzate in (103) e dal numero di modi in guida, determinato nel nostro caso dal parametro  $N_G$  (67). La principale differenza nella risposta in frequenza per diversi valori di  $N$  ed  $N_G$  è lo spostamento della frequenza di risonanza della slot. Si è visto che  $N=7$  e  $N_G=70$  sono sufficienti per ottenere una risposta molto accurata.

In figura 33 è mostrato il coefficiente di riflessione alla porta 1 per una slot ruotata di  $33^\circ$  tra due guide WR90, usando  $N=3$  ed  $N=7$  funzioni di espansione. Usando solo  $N=3$  modi, si ottiene uno spostamento della frequenza di risonanza dello 0.33 %.

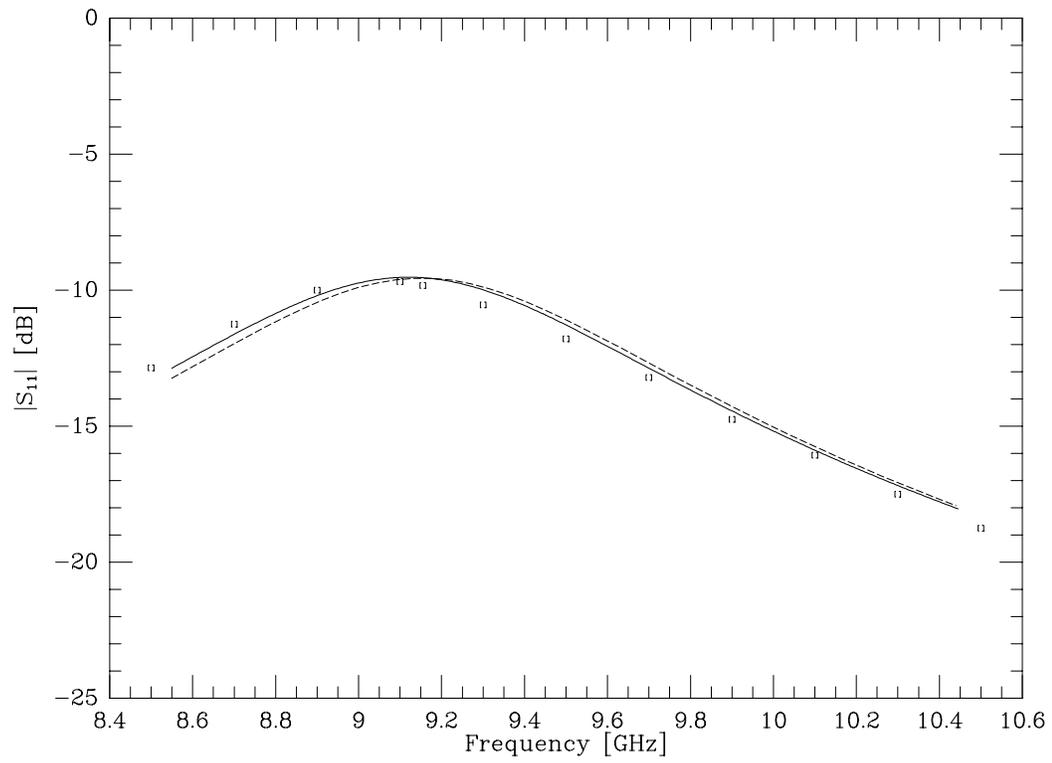


Figura 33. Risposta in frequenza Misurata (punti) e simulata (curva tratteggiata ( $N=3$ ) e curva continua ( $N=7$ )) per una slot ruotata di  $33^\circ$  tra due guida WR90 ( $2L=15.60$  mm,  $W=3$  mm, Spessore parete della guida = 1.0 mm).

## CAPITOLO 4

### INTERAZIONE SLOT DISCONTINUITÀ

#### 4.1 Introduzione

In questo capitolo si analizzeranno alcuni casi di interazione tra slot e discontinuità in guida d'onda. Nei capitoli precedenti è stata effettuata l'analisi dei parametri di scattering delle singole strutture ma è chiaro che l'analisi tramite circuito equivalente non è corretta qualora l'interazione avvenga anche tramite modi superiori.

#### 4.2 Interazione tra slot inclinata e terminazione in corto circuito

La procedura basata sul Metodo dei Momenti e descritta nel paragrafo 3.4.1, può essere facilmente estesa per tenere conto di una terminazione in corto circuito mediante l'uso del teorema delle immagini. Il coefficiente di accoppiamento  $S_{31}$ , ottenuto utilizzando la stessa slot di figura 33, ma con un corto circuito finale a distanza  $D$  sulla porta 2 è mostrato in figura 34. La stessa risposta può essere più facilmente ricavata dalla matrice di scattering di una slot isolata, assumendo che l'interazione con il corto circuito sia dovuta solamente al modo fondamentale  $TE_{10}$ . Anche quest'ultima è riportata in figura 34.

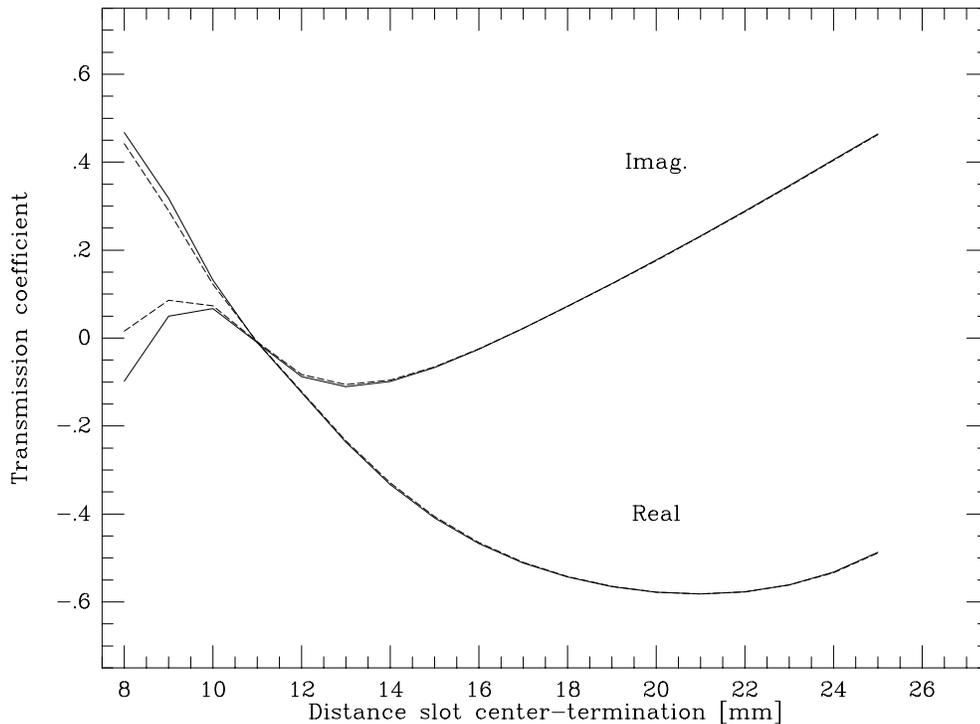


Figura 34. Coefficiente di accoppiamento  $S_{31}$  per la stessa slot di figura 33 alla frequenza di 9.5 GHz, con un corto circuito alla porta 2 (figura 32). Linea continua: interazione con tutti i modi superiori; linea tratteggiata: interazione della slot con il solo modo fondamentale ( $S_{31}$ ) (calcolato dalla matrice  $S$  della slot isolata).

Dal confronto risulta che, quando  $D$  è maggiore di un quarto di lunghezza d'onda (10.9 mm nel nostro caso), le due curve coincidono. Dato che la slot di accoppiamento è una slot serie, solitamente il corto circuito terminale si trova a mezza lunghezza d'onda di distanza dalla slot e dunque non occorre una analisi full-wave dell'interazione con la slot. Viceversa, come descritto nel prossimo paragrafo, questa necessità sussiste nel caso di corti circuiti ripiegati (vedi anche paragrafo 2.4.1).

### 4.3 Interazione tra slot inclinata e terminazioni ripiegate

Negli array di slot, è talvolta richiesto l'utilizzo di terminazioni ripiegate in corto circuito nella rete di alimentazione. La struttura di base di un array è costituita da una guida d'onda principale che alimenta tramite slot inclinate di accoppiamento [16] un certo numero di guide disposte ortogonalmente che contengono le slot radianti. Come detto, la slot di accoppiamento è una slot serie, per cui la guida di alimentazione deve essere terminata con un corto circuito a distanza di mezza lunghezza

d'onda dall'ultima slot di accoppiamento e per questo motivo termina oltre le guide radianti (figura 35a).

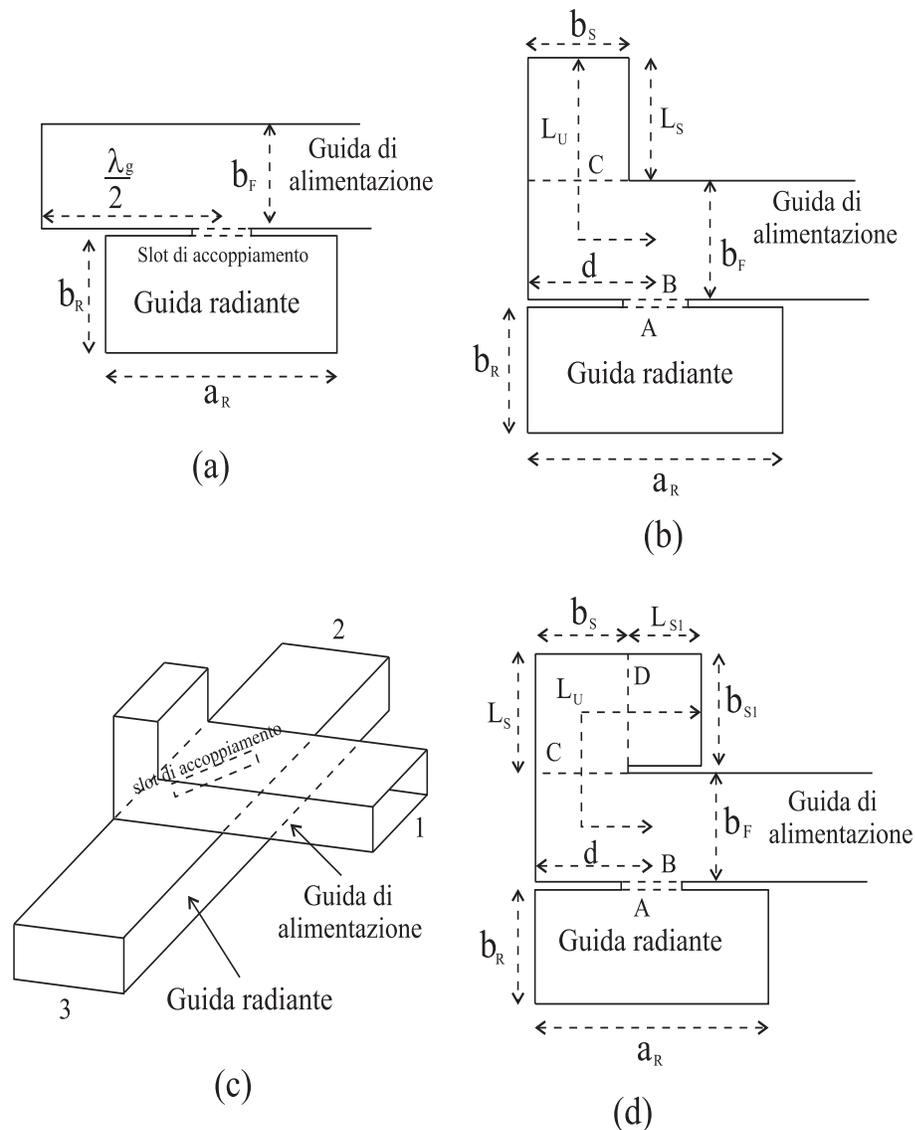


Figura 35. (a) Geometria della slot di accoppiamento e della terminazione in corto circuito standard,  $\lambda_g$  è la lunghezza d'onda in guida per il modo fondamentale di alimentazione  $TE_{10}$ . (b) Sezione trasversale della slot di accoppiamento e della terminazione in corto circuito ripiegato a  $90^\circ$ . (c) Vista in prospettiva della slot di accoppiamento e della terminazione in corto circuito ripiegato a  $90^\circ$ . (d) Sezione trasversale della slot di accoppiamento e della terminazione in corto circuito ripiegato a  $180^\circ$ .

Questo fatto crea un incremento delle dimensioni dell'array che non sempre è tollerato. Inoltre quando un array di slot è usato come un'antenna radar *monopulse*, con i quattro quadranti alimentati separatamente, non esiste la possibilità di posizionare adeguatamente la terminazione in corto circuito. In questi casi la soluzione migliore consiste nel ripiegare le terminazioni delle guide d'onda con curve a  $90^\circ$  o a  $180^\circ$  (figura 35b e figura 35d). La terminazione ripiegata isolata e la slot di accoppiamento isolata sono state già analizzate nei paragrafi precedenti. I risultati ottenuti non consentono però di studiare correttamente i casi riportati nelle figure 35b e 35d perchè la slot interagisce con la curva tramite i modi superiori. Per analizzare questo tipo di interazione si utilizza la tecnica full-wave basata sul Metodo dei Momenti descritta nel capitolo 1. Coerentemente con il teorema di equivalenza tutte le aperture nelle strutture in figura 35b e 35d possono essere sostituite con correnti magnetiche equivalenti  $\mathbf{M}_A$  su  $A$ ,  $\mathbf{M}_B$  su  $B$ ,  $\mathbf{M}_C$  su  $C$  e  $\mathbf{M}_D$  su  $D$ . Queste correnti sono le incognite e possono essere calcolate imponendo la condizione di continuità per il campo magnetico tangenziale. Includendo un campo  $TE_{10}$  incidente dalla porta 3 si ha

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_{RG}^{AA}, -\mathbf{M}_A \rangle_t + \mathbf{H}_{inc,t} = \langle \underline{\mathbf{G}}_S^{AA}, \mathbf{M}_A \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_S^{AB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t \quad \text{su } A \quad (106)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_S^{BB}, -\mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_S^{BA}, \mathbf{M}_A \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_{FG}^{BB}, \mathbf{M}_B \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_{FG}^{BC}, -\mathbf{M}_C \rangle_t \quad \text{su } B \quad (107)$$

$$\langle \underline{\mathbf{G}}_{FG}^{CC}, -\mathbf{M}_C \rangle_t + \langle \underline{\mathbf{G}}_{FG}^{CB}, \mathbf{M}_B \rangle_t = \langle \underline{\mathbf{G}}_B^{CC}, \mathbf{M}_C \rangle_t \quad \text{su } C \quad (108)$$

dove il pedice  $RG$  sta per guida radiante, il pedice  $FG$  sta per guida di alimentazione, il pedice  $S$  indica la zona all'interno della slot e  $B$  indica lo stub. Per una terminazione ripiegata a  $180^\circ$  occorre inserire una ulteriore equazione sulla sezione  $D$ . Per quel che riguarda l'espansione delle correnti incognite sulla slot possiamo usare la (103). La corrente magnetica sulle sezioni  $C$  e  $D$  viene sviluppata tramite la (69).

#### 4.3.1 Risultati

Per verificare la correttezza del procedimento implementato sono stati confrontati per le strutture in figura 35b e 35d i risultati della simulazione con dei dati misurati. Come già detto la accuratezza dei risultati simulati dipende dal numero delle funzioni di espansione e dal livello di troncamento della serie modale. In particolare quest'ultima è troncata utilizzando tutti i modi il cui numero d'onda di

cut-off e minore di un valore fissato  $K$ . In figura 36 sono considerate due diverse configurazioni per questi parametri per il caso della terminazione ripiegata a  $90^\circ$ . In particolare è stato osservato che  $K=41.2 \text{ cm}^{-1}$ , tre funzioni di espansione sulla slot e 24 modi sulle sezioni  $C$  (e eventualmente  $D$ ), sono sufficienti per ottenere una risposta accurata. In figura 37 è mostrato il confronto per una terminazione a  $180^\circ$ .

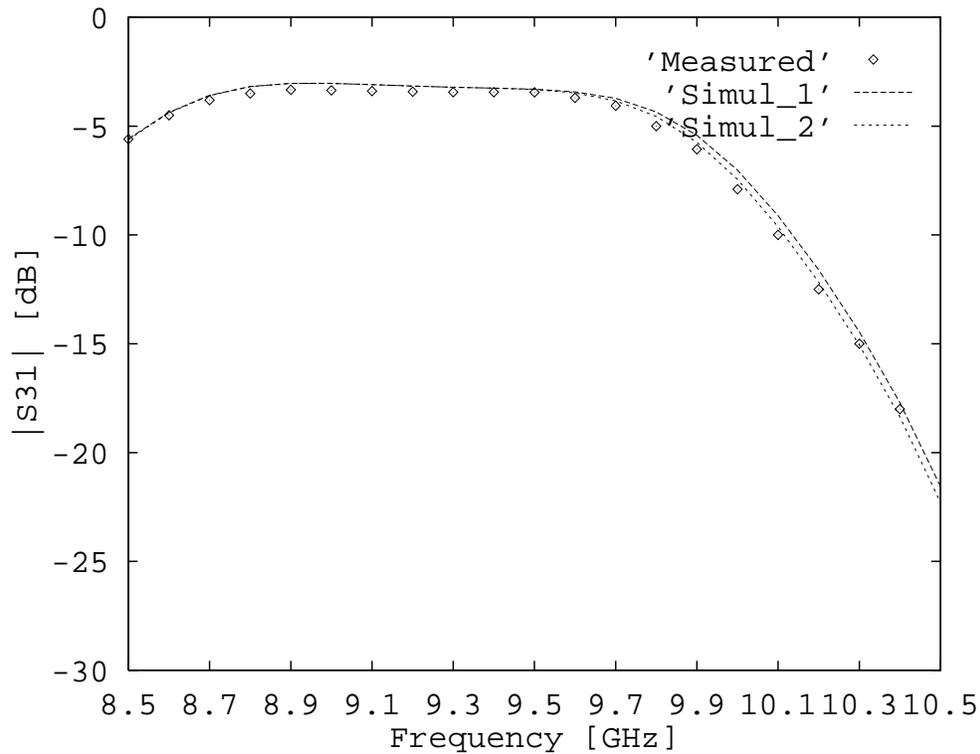


Figura 36. Modulo del coefficiente di accoppiamento  $S_{31}$  tra due guide WR90 ( $a = 22.86 \text{ mm}$ ,  $b = 10.16 \text{ mm}$ )  $b_S=b_F$ ,  $L_S=12.80 \text{ mm}$  (Measured: dati sperimentali; Simul-1:  $K = 96.2 \text{ cm}^{-1}$ , 3 funzioni di espansione sulla slot, 24 modi sulla sezione  $C$ ; Simul-2:  $K = 41.2 \text{ cm}^{-1}$ , 5 funzioni di espansione sulla slot, 60 modi sulla sezione  $C$ ;  $\theta=33^\circ$ , lunghezza della slot = 15.6 mm, larghezza della slot = 3 mm, spessore pareti della guida = 1.0 mm,  $d=a_R/2$ ).

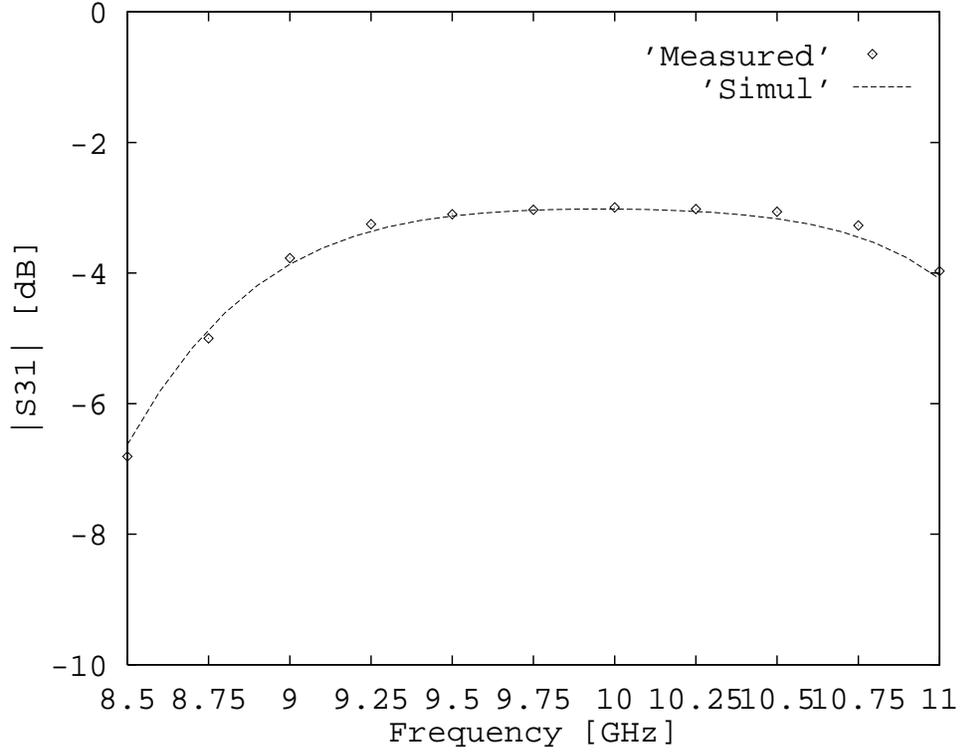


Figura 37. Modulo del coefficiente di accoppiamento  $S_{31}$  tra due guide WR90 ribassate ( $a=22.86$  mm,  $b=5.08$  mm)  $b_S=b_{S1}=b_F$ ,  $L_S=6.35$  mm,  $L_{S1}=6.1$  mm (Measured: dati sperimentali; Simul:  $K=41.2$  cm $^{-1}$ , 3 funzioni di espansione sulla slot, 24 modi sulla sezione C e sulla sezione D;  $\theta=33^\circ$ , lunghezza della slot = 15.6 mm, larghezza della slot = 3 mm, spessore pareti della guida = 1.0 mm,  $d=a_R/2$ ).

Il confronto sperimentale effettuato in figura 36 e 37 mostra che la procedura full-wave implementata consente di analizzare accuratamente l'interazione in *campo vicino* tra la slot e la terminazione ripiegata. Chiaramente è importante valutare quantitativamente l'effetto di questa interazione in *campo vicino*. Il modo migliore per fare ciò consiste nel considerare il coefficiente di accoppiamento  $S_{31}$  tra la guida di alimentazione e la guida radiante e nel valutare la sua variazione percentuale dovuta alla curva rispetto al caso di un corto circuito diritto spaziato  $\lambda_g/2$  dalla slot di accoppiamento (figura 35a).

Per ottenere un confronto significativo la lunghezza  $L_U$  (*srotolata*) del corto circuito ripiegato deve essere uguale alla lunghezza totale del corto circuito diritto,  $\lambda_g/2$  nel nostro caso, e questo richiede un criterio per misurare la lunghezza *srotolata* della terminazione. Una assunzione ragionevole, come già descritto nel paragrafo

2.4.1, confermata dai risultati simulati, consiste nel valutare la lunghezza *srotolata* in corrispondenza dell'asse centrale delle guide coinvolte. Questo porta ai seguenti risultati per la lunghezza srotolata

$$L_U = L_S + \frac{b_F}{2} + d - \frac{b_S}{2} \quad (109)$$

per la terminazione ripiegata a  $90^\circ$  e

$$L_U = L_{S1} + L_S + \frac{b_F}{2} + d - \frac{b_{S1}}{2} \quad (110)$$

per la terminazione ripiegata a  $180^\circ$  (i simboli sono definiti in figura 35b e 35d). Qualsiasi altro valore di  $L_U$  fornisce una differenza maggiore rispetto alla terminazione in corto circuito diritto.

Un caso tipico è mostrato in figura 38 per una terminazione ripiegata a  $90^\circ$  e in figura 39 per una terminazione ripiegata a  $180^\circ$ . In queste figure si è considerata una slot di accoppiamento tra due guide WR28 ( $a=7.112$  mm,  $b=3.556$  mm), inclinata di un angolo  $\theta$  rispetto all'asse della guida di alimentazione. La lunghezza della slot è stata scelta in modo tale che la slot stessa risuoni alla frequenza scelta (28.4 GHz) per un angolo  $\theta = 45^\circ$ . Dato che la lunghezza di risonanza della slot isolata non varia in modo significativo al variare dell'angolo [8], si è deciso di usare la stessa lunghezza per tutti i casi mostrati.

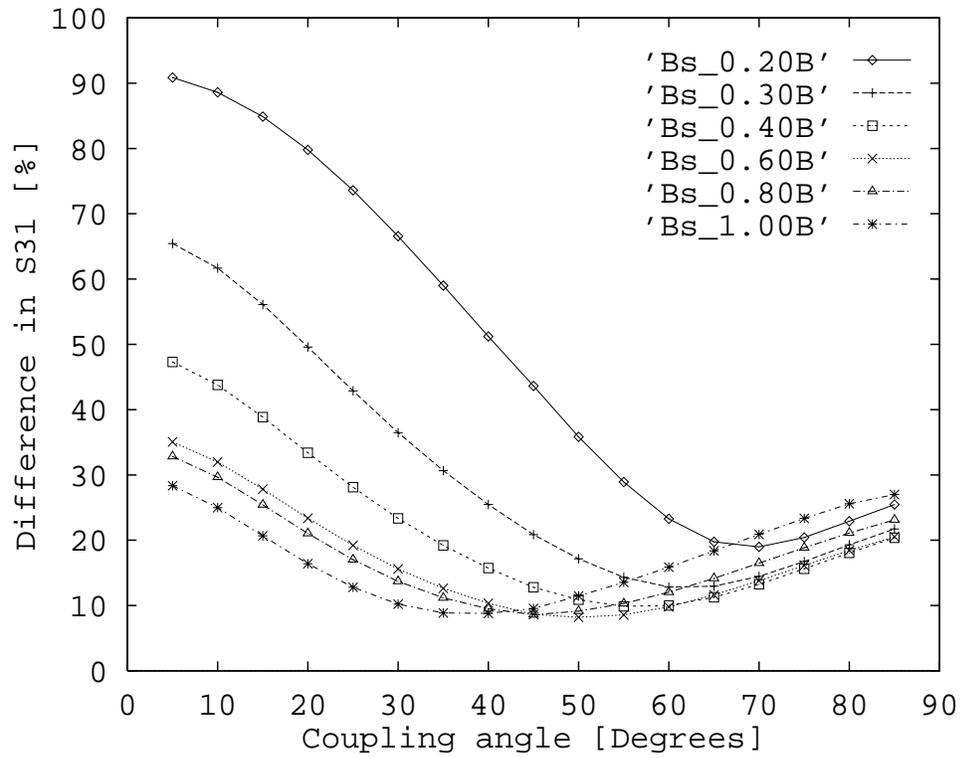


Figura 38. Differenza nell' $S_{31}$  tra un accoppiatore con un corto circuito diritto e un accoppiatore con un corto circuito ripiegato a  $90^\circ$  per  $b_S$  che varia da  $0.2b$  a  $b$ . Frequenza = 28.4 GHz, Lunghezza slot = 5.112 mm, Larghezza slot = 0.625 mm, Spessore pareti delle guide = 1.016 mm,  $d = a_R/2$ ,  $L_U = \lambda_g/2$ .

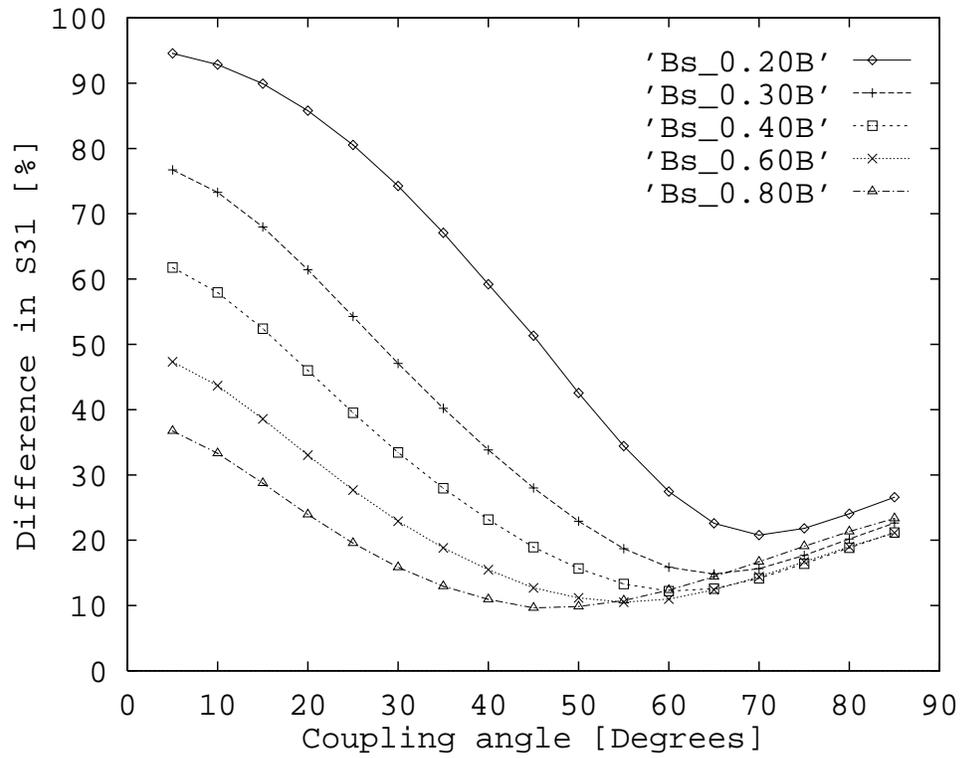


Figura 39. Differenza nell' $S_{31}$  tra un accoppiatore con un corto circuito diritto e un accoppiatore con un corto circuito ripiegato a  $180^\circ$  per  $b_S$  che varia da  $0.2b$  ( $=b_{S1}$ ) a  $b$ . Frequenza = 28.4 GHz, Lunghezza slot = 5.112 mm, Larghezza slot = 0.625 mm, Spessore pareti delle guide = 1.016 mm,  $d = a_R/2$ ,  $L_U = \lambda_g/2$ .

Dai risultati in figura 38 e 39 è chiaro che la differenza nel coefficiente di accoppiamento è significativa. Chiaramente questa differenza è dovuta in parte all'interazione in campo vicino e in parte all'effetto della curva. Per valutare solamente l'effetto dell'interazione in campo vicino è stata calcolata la variazione del coefficiente di accoppiamento rispetto al caso in cui la slot e la terminazione sono indipendenti [9]. Questa differenza, per il caso in figura 38, è mostrata in figura 40. Si osserva che questa differenza può essere anche del 15% e dunque l'effetto dell'interazione in campo vicino non può essere trascurata in fase di analisi. Il corto ripiegato a  $180^\circ$  (caso di figura 39) fornisce quasi esattamente le stesse curve.

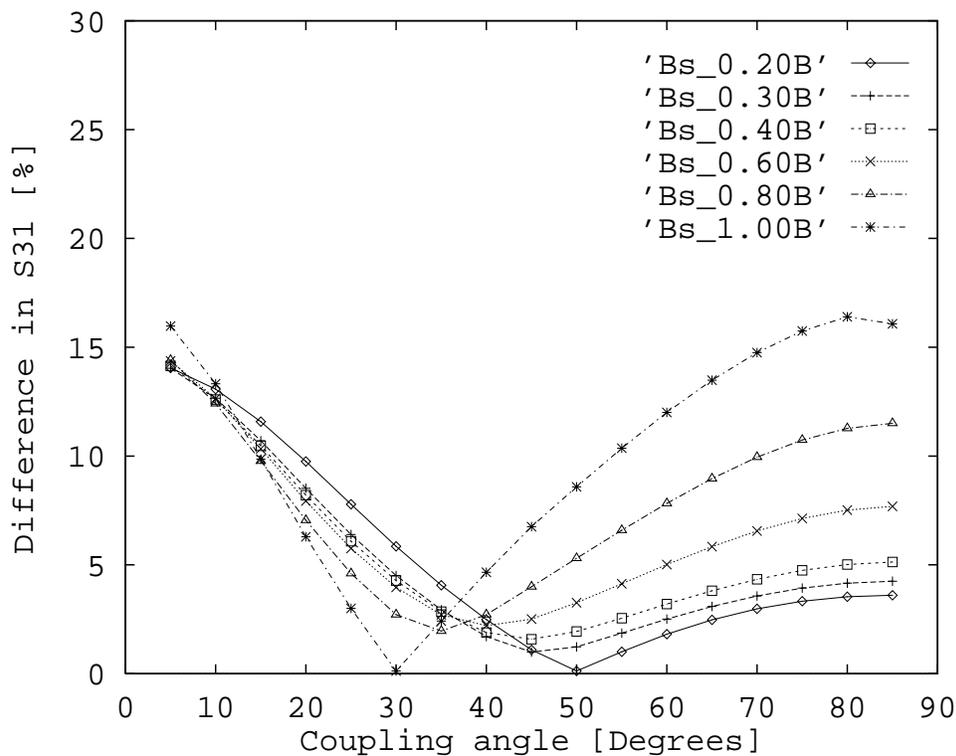


Figura 40. Variazione nel  $S_{31}$  rispetto ai valori per una slot isolata dalla terminazione. I dati sono gli stessi della figura 38.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] **Khac, T.V.** and Carson, C.T.: “Impedance properties of longitudinal slot antenna in the broad face of rectangular waveguide”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-21**, 1973, pp.708-710.
- [2] Itoh, T.: *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*, J. Wiley & Sons, N.Y., 1989.
- [3] Harrington, R.F.: *Field computation by moment methods*, MacMillan, N.Y., 1968.
- [4] Stevenson, A.F.: “Theory of slots in rectangular waveguides”, *J. Appl. Phys.*, **19**, 1948, pp.24-38.
- [5] Oliner, A.A.: “The impedance properties of narrow radiating dielectric-covered slots in the broad face of a rectangular waveguide”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-5**, 1957, pp.4-20.
- [6] Compton Jr., R.T. and Collin, R.E.: “Slot arrays”, in *Antenna Theory*, Collin, R.E. and F.J. Zucker, Ed., McGraw-Hill, N.Y., 1969, par.14.10.
- [7] Rengarajan, S.R.: “Compound Radiating Slots in Broad Wall of a Rectangular Waveguide”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-37**, 1989, pp.1116-1123.
- [8] Rengarajan, S.R.: “Analysis of a centered-inclined waveguide slot coupler”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-37**, May 1989, pp. 884-889.
- [9] Mazzarella, G. and Montisci, G.: “Full-wave analysis of waveguide slot couplers using a mixed potential formulation”, *Alta Frequenza-Rivista di Elettronica*, **Vol. 11**, 1999, pp.46-49.
- [10] Mazzarella, G. and Montisci, G.: “Wideband Equivalent Circuit of a Centered-Inclined Waveguide Slot Coupler”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, **Vol. 14**, 2000, pp.133-151.
- [11] Mazzarella, G. and Montisci, G.: “A Rigorous analysis of dielectric-covered narrow longitudinal shunt slots with finite wall thickness”, *Electromagnetics*, **Vol. 19**, 1999, pp. 407-418.
- [12] Mazzarella, G. and Montisci, G.: “Accurate Characterization of the Interaction between Coupling Slots and Waveguide Bends in Waveguide slot Arrays”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-48**, July 2000, pp. 884-889.
- [13] Collin, R.E.: *Field theory of guided waves*, 2<sup>nd</sup> ed., IEEE Press, N.Y., 1991.
- [14] Virga, K.L. and Rahamat-Samii, Y.: “Comparison of frequency [Z] matrix interpolation and [Y] matrix interpolation in the method of moments”, *1996 URSI Radio Science Meeting*, Baltimore, Md, 1996.
- [15] Eaton, J.E., Eyges, L.J. and Macfarlane, G.G.: “Radiating elements”, in *Microwave Antenna Theory and Design*, Silver, S. Ed., Dover, N.Y., 1965, pp.286-299.
- [16] Elliott, R.S.: *Antenna theory and design*, Prentice-Hall, N.Y., 1981.
- [17] Mazzarella, G. and Panariello, G.: “Evaluation of edge effects in slot arrays using the geometrical theory of diffraction”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-37**, 1989, pp.392-395.
- [18] Meixner, J.: “The edge condition in the theory of electromagnetics waves at perfectly conducting plane screens”, *Ann. Physiks*, **6**, 1949, pp.2-9.

- [19] Crowell, W.F. and Higgins, R.B.: *Effects of dielectric covers over shunt slots in a waveguide*, NASA TN D-2518, 1964.
- [20] Katehi, P.B.: "Dielectric-covered Waveguide Longitudinal Slots with Finite Wall Thickness", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **AP-38**, 1990, pp.1039-1045.
- [21] Sangster, A.J.: "Variational method for the analysis of waveguide coupling", *Proc. Inst. Elec. Eng.*, **Vol. 112**, Dec. 1965, pp.2171-2179.